

# 澳门数学教育发展概况

如何结合东西方数学教育的优势？

---

江春莲

澳门大学教育学院

**Email: [cljiang@um.edu.mo](mailto:cljiang@um.edu.mo)**



# 概要

1. 澳门学生在PISA系列测试中的数学素养表现
2. 澳门成功的经验和需要改进的地方
3. 华人地区数学教育的优势和弊端



# 1. 澳门学生在PISA系列测试中的数学素养表现

---

- 什么是PISA?
- PISA测试中的数学问题  
(<http://www.oecd.org/pisa/test/>, PISA 2012 Released Items)
- 澳门学生在PISA系列测试中的表现



# What is PISA?

- PISA = Programme for International Student Assessment (国际学生评估项目)
- Starting from 2000
- Areas: Reading, mathematics, science, problem solving, and financial literacy
- 2000, 2003, 2006, 2009, 2012, 2015, 2018, 2021





### OECD member countries

Australia  
 Austria  
 Belgium  
 Canada  
 Chile  
 Colombia  
 Czech Republic  
 Denmark  
 Estonia  
 Finland  
 France  
 Germany  
 Greece  
 Hungary  
 Iceland  
 Ireland  
 Israel  
 Italy  
 Japan  
 Korea  
 Latvia  
 Lithuania  
 Luxembourg  
 Mexico  
 Netherlands  
 New Zealand  
 Norway  
 Poland  
 Portugal  
 Slovak Republic  
 Slovenia  
 Spain  
 Sweden  
 Switzerland  
 Turkey  
 United Kingdom  
 United States\*

### Partner countries and economies in PISA 2018

Albania  
 Argentina  
 Baku (Azerbaijan)  
 Belarus  
 Bosnia and Herzegovina  
 Brazil  
 Brunei Darussalam  
 B-S-J-Z (China)\*\*  
 Bulgaria  
 Costa Rica  
 Croatia  
 Cyprus  
 Dominican Republic  
 Georgia  
 Hong Kong (China)  
 Indonesia  
 Jordan  
 Kazakhstan  
 Kosovo  
 Lebanon  
 Macao (China)  
 Malaysia  
 Malta  
 Republic of Moldova  
 Montenegro  
 Morocco  
 Republic of North Macedonia  
 Panama  
 Peru  
 Philippines  
 Qatar  
 Romania  
 Russian Federation  
 Saudi Arabia  
 Serbia  
 Singapore  
 Chinese Taipei  
 Thailand  
 Ukraine  
 United Arab Emirates  
 Uruguay  
 Viet Nam

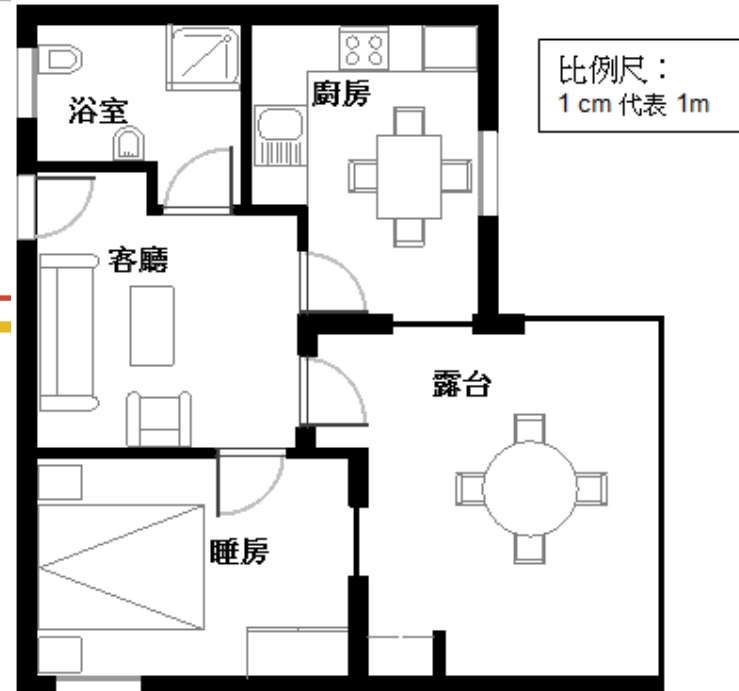
### Partner countries and economies in previous cycles

Algeria  
 Azerbaijan  
 Guangdong (China)  
 Himachal Pradesh (India)  
 Kyrgyzstan  
 Liechtenstein  
 Mauritius  
 Miranda (Venezuela)  
 Tamil Nadu (India)  
 Trinidad and Tobago  
 Tunisia

**PISA2018**  
**79个国家/经济体**  
**>3,100万15岁学生**

# PISA测试中的数学问题

這是柏喬的父母想要從房地產公司購買的房子的平面圖。

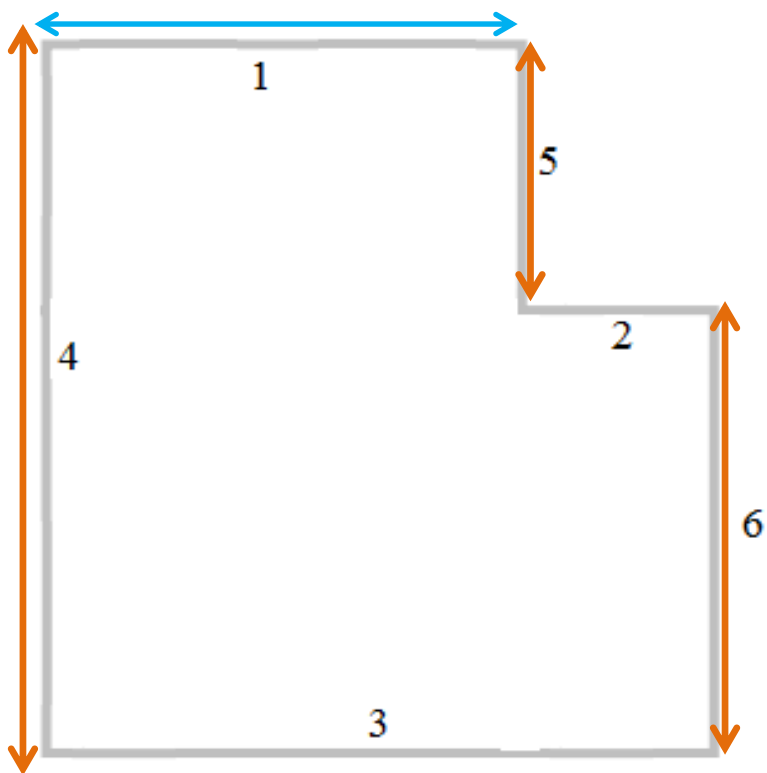


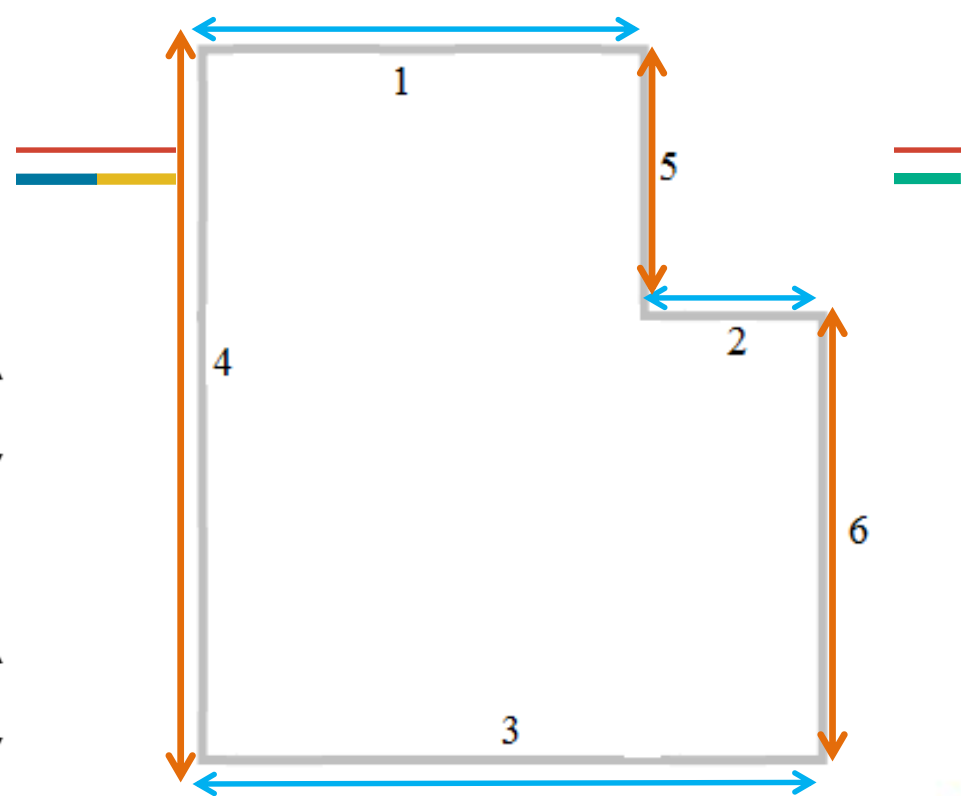
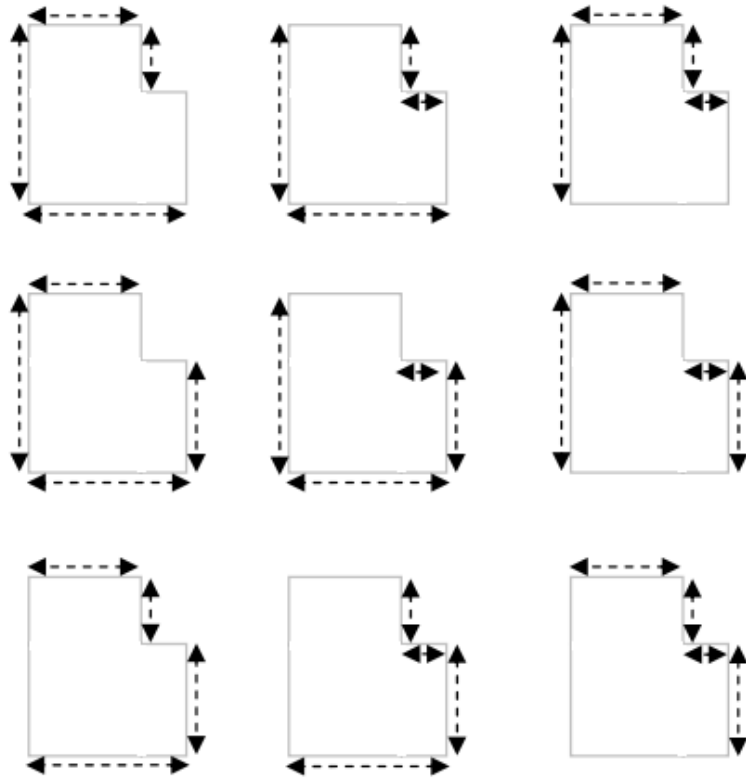
Q1: 為了估計房子的總平面面積（包括露台和牆壁），你可以測量每個房間的大小，計算出每個房間的面積，再將所有面積加起來。

當然，也有一個更簡便的方法來估計總平面面積，你只需要測量出 4 條邊長。在上面的平面圖中，標示出估計房子總平面面積時所需的 4 條邊長。



# 下面这个答案可以吗？





• 評分: 滿分有2種解答:

1: 直接畫在圖上 (3\*3=9種不同的組合)

2: 直接求出面積  $A = 9.7 \times 8.8 - 2 \times 4.4 = 76.56 \text{ m}^2$ .



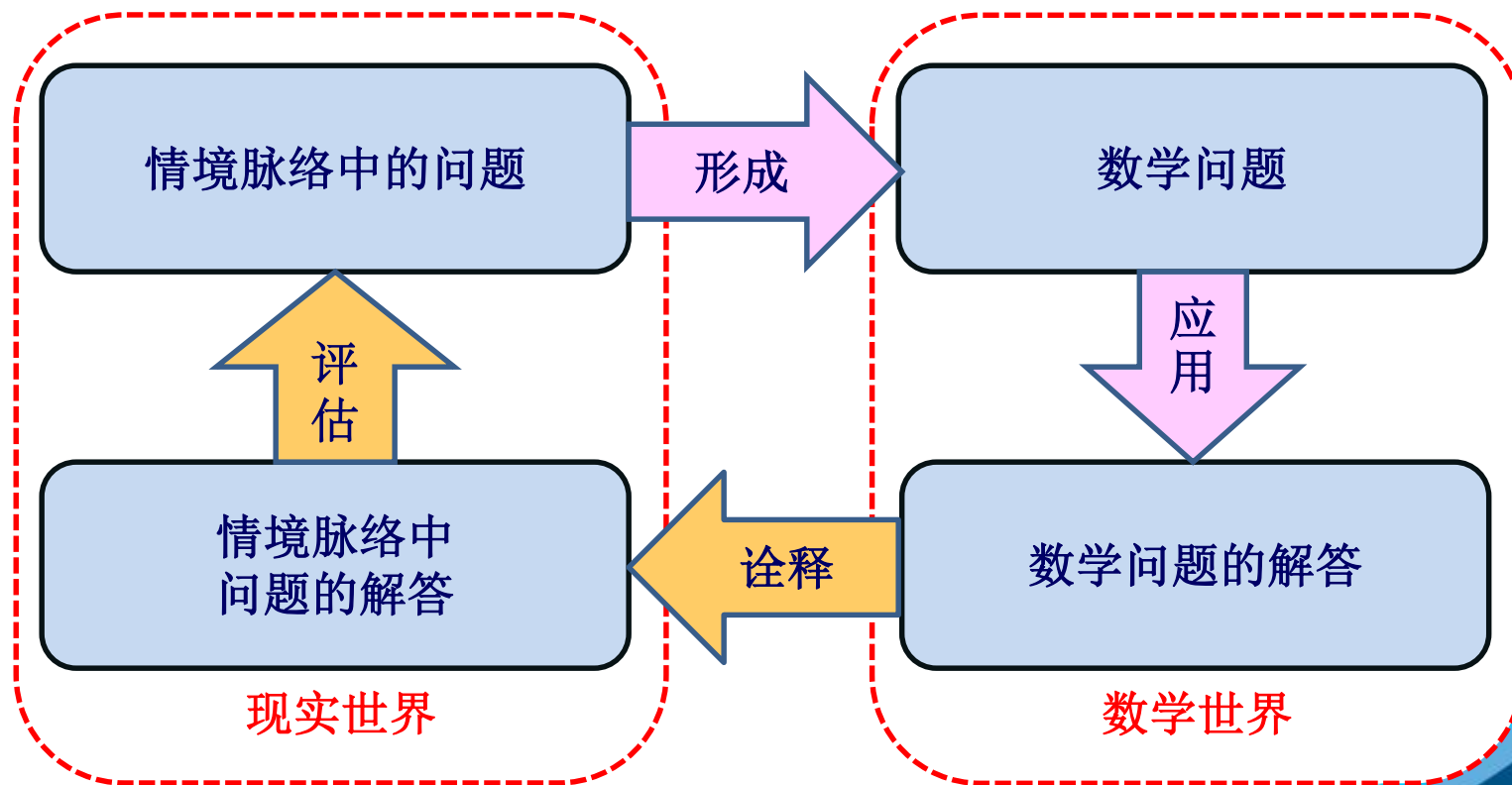


# PISA测试中的数学问题—特点讨论

- 情境真实 - 建模
- 如何设计，如何评分（中考、高考应用问题）



# Mathematical literacy - 数学素养



# Mathematical literacy

- *Mathematical literacy* is an individual's capacity to formulate (形成), employ (应用), and interpret (诠释) mathematics in a variety of contexts (情境) (1:2:1).
- It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts, and tools to describe (描述), explain (解释), and predict (预测) phenomena.
- It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens.



# Content Area 测试内容

- Change and relationships (变化与关系)
- Space and shape (空间与图形)
- Quantity (数量)
- Uncertainty and data (不确定性和数据)
  
- $25\% * 4 = 100\%$



# Content Area 测试内容

- 数量 – 现实世界中的物体属性、关系、情境、和个体进行量化。
- 改变与关系 – 物体和环境之间的临时和永久性的关联的大小，相关联物体系统内部的变化或环境中元素彼此之间的影响。
- 空间与图形 – 随处可见的多种现象中的模式、物体的属性、位置和方位，物体的表征，图形信息的分解与合并，航海、现实图形及其表征的动态交互作用。
- 不确定性与数据 – 如何确认以不同形式表征的数据中蕴含的信息，如何理解多种真实过程中可变性的可能大小的影响。



# 情境脉络

- *Personal (个人的)*: involving problems or challenges that might confront an individual or one's family or peer group.
- *Societal (社会的)*: focusing on one's community—whether it be local, national, or global.
- *Occupational (职业的)*: Centred on the world of work.
- *Scientific (科学领域的)*: relating to the application of mathematics to the natural world, including science and technology.
  
- $25\% * 4 = 100\%$



## b) 情境脉络

- 个人的：与个体的日常生活有关；
- 社会的：与个体所生活的小区有关的，无论是个体所生活的地区、国家或全球性的；
- 职业的：与工作世界有关；
- 科学的：与在科学和技术中的数学运用有关。

— PISA 根据评核架构按上述四个分类平均分配测试题目。



# Content topics 数学主题1

- *Functions*: The concept of function, emphasising but not limited to linear functions, their properties, and a variety of descriptions and representations of them. Commonly used representations are verbal, symbolic, tabular, and graphical.
- *Algebraic expressions*: Verbal interpretation of and manipulation with algebraic expressions, involving numbers, symbols, arithmetic operations, powers and simple roots
- *Equations and inequalities*: Linear and related equations and inequalities, simple second-degree equations, and analytic and non-analytic solution methods





# Content topics 数学主题2

- *Coordinate systems*: Representation and description of data, position and relationships
- *Relationships within and among geometrical objects in two and three dimensions*: Static relationships such as algebraic connections among elements of figures (e.g., the Pythagorean Theorem as defining the relationship between the lengths of the sides of a right triangle), relative position, similarity and congruence, and dynamic relationships involving transformation and motion of objects, as well as correspondences between two- and three-dimensional objects
- *Measurement*: Quantification of features of and among shapes and objects, such as angle measures, distance, length, perimeter, circumference, area, and volume



# Content topics 数学主题3

- *Numbers and units*: Concepts, representations of numbers, and number systems, including properties of integer and rational numbers, relevant aspects of irrational numbers, as well as quantities and units referring to phenomena such as time, money, weight, temperature, distance, area, and volume, and derived quantities and their numerical description
- *Arithmetic operations*: The nature and properties of these operations and related notational conventions
- *Percents, ratios, and proportions*: Numerical description of relative magnitude and the application of proportions and proportional reasoning to solve problems
- *Counting principles*: Simple combinations and permutations



# Content topics 数学主题4

- *Estimation*: Purpose-driven approximation of quantities and numerical expressions, including significant digits and rounding
- *Data collection, representation, and interpretation*: Nature, genesis, and collection of various types of data, and the different ways to represent and interpret them
- *Data variability and its description*: Concepts such as variability, distribution, and central tendency of data sets, and ways to describe and interpret these in quantitative terms
- *Samples and sampling*: Concepts of sampling and sampling from data populations, including simple inferences based on properties of samples
- *Chance and probability*: Notion of random events, random variation and its representation, chance and frequency of events, and basic aspects of the concept of probability



- 检视79个国家/经济体的基础教育系统
- 评核学生**阅读、数学、科学**素养
- 研究结果在2019年12月3日全球同步发布
- **主要议题**
  - 各国/经济体在培育具备三大核心素养人才方面有何成效？
  - 学校能否帮助年青人为成年生活做好准备？
  - 我们可以向高素养表现或持续改进的教育系统借鉴哪些学习环境的经验？
  - 学校系统可以改善社经背景弱势家庭的学生的未来吗？



## 全球超过60万中学生参与其中

-代表79个国家/经济体的3,200万15岁中学生

## 参加2小时的国际测试

-非着眼于学生死记背诵的学科知识，而是评核学生的能力，以推断他们所学及能否将所习得的知识活学活用于新的情境之中

## 以及回答

-关于学生个人背景，他们的学校，以及校内的学习情况（如幸福感和学习动机）等资料

## 家长、校长、教师和教育系统领导人员提供了

-有助于解释素养表现差异的因素，包括学校政策、教学实务、教育资源和制度等资料

# 澳门PISA2018研究计划

---

- 研究对象为所有于2002年出生的澳门15岁中学生
- 3,775名学生参与了两小时数码化测试和40分钟问卷
- 2,808名中学教师填答教师网上数码问卷
- 3,757名学生家长填答书面家长问卷
- 45所学校校长填答学校网上数码问卷\*
- 研究样本涵盖了教育系统中的各个层面

\*所有取样学校均对15岁学生开办基础教育课程。符合PISA取样资格学校共46所，当中1所学校在测试期间没有15岁学生而被排除，最后取样和受试学校共45所。

# 澳門PISA2018研究取樣

分层变项	取样学校 数目	受试学校 数目	取样学生 数目	有效受试 学生数目
<b>学校类型</b>				
免费教育系统 (公立)	4	4	133	<b>133</b>
免费教育系统 (私立入网)	36	36	3274	<b>3247</b>
非免费教育系统 (私立非入网)	5	5	404	<b>395</b>
<b>修读课程</b>				
文法或国际课程	40	40	3693	<b>3657</b>
技术或职业先修课程	5	5	118	<b>118</b>
<b>教学语言</b>				
中文	31	31	2765	<b>2745</b>
英文	7	7	480	<b>473</b>
葡文	1	1	37	<b>34</b>
中文和英文	5	5	462	<b>456</b>
中文和葡文	1	1	67	<b>67</b>
<b>全部</b>	<b>45</b>	<b>45</b>	<b>3811</b>	<b>3775</b>

所有取样学校均对15岁学生开办基础教育课程。符合PISA取样资格学校共46所，当中1所学校在测试期间没有15岁学生而被排除，最后取样和受试学校共45所。



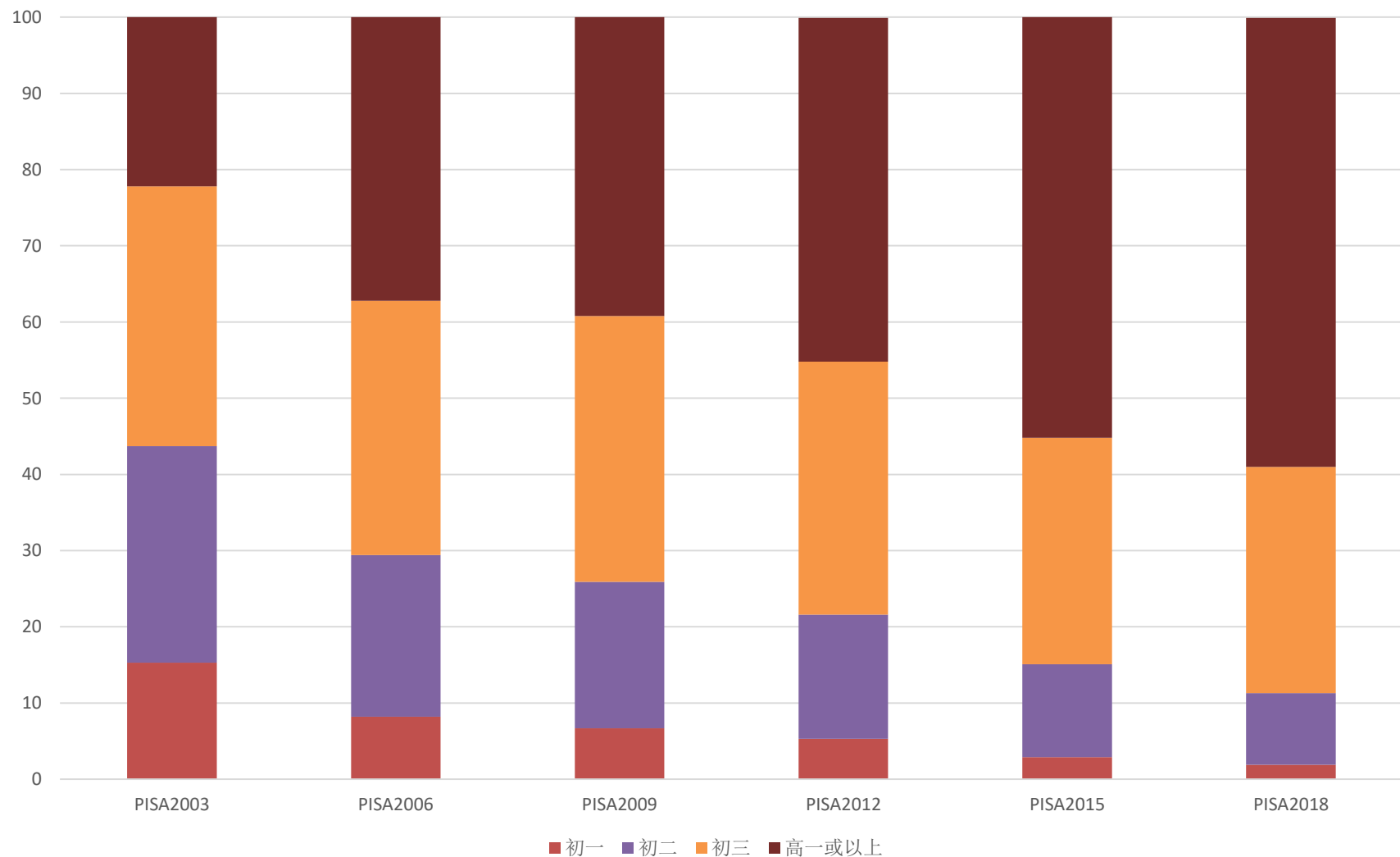
回應率  
99.1%

# 澳门参与测试的15岁学生的年级分布

年级	总人数 (%)		男生人数 (%)		女生人数 (%)	
初一	71	<b>1.9</b>	49	2.6	22	1.2
初二	356	<b>9.4</b>	231	12.1	125	6.7
初三	1121	29.7	577	30.2	544	29.2
高一	2187	<b>57.9</b>	1036	54.2	1151	61.8
高二	39	1.0	20	1.0	19	1.0
高三	1	0.0	0	0.0	1	0.1
全部	3775	100	1913	100	1862	100



# 澳门参加历届PISA测试学生的就读年级分布



## 2、澳门学生在PISA系列测试中的数学素养表现

- 在PISA2018中的表现(排名、分数)
- 在PISA系列测试中的分数(包括男-女生)变化趋势
- 在各精练水平百分比的变化趋势

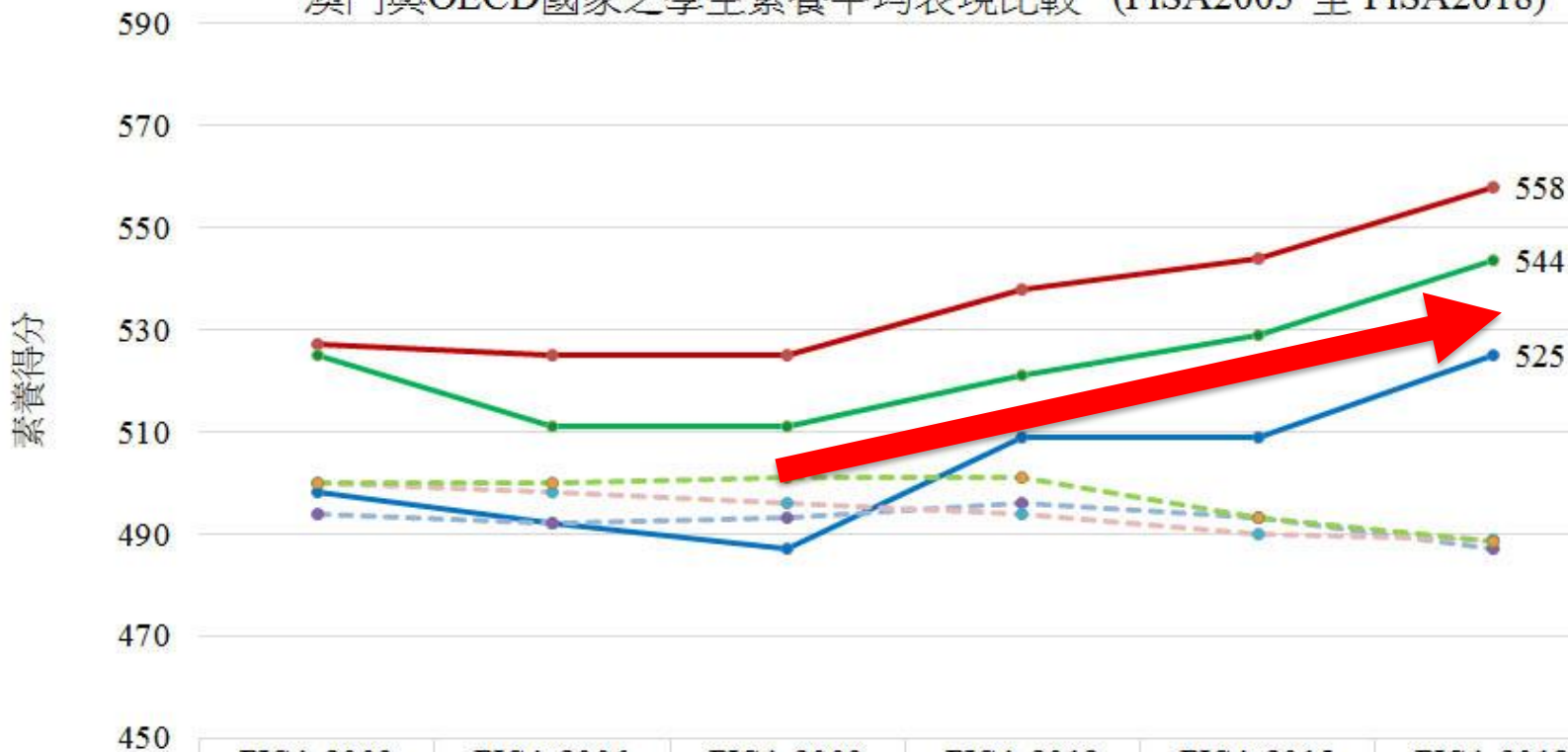


# PISA2018阅读-数学-科学素养排名（前15名）

排名	国家/经济体	阅读	国家/经济体	数学	国家/经济体	科学
1	中国(B-S-J-Z)	555	中国 (B-S-J-Z)	591	中国 (B-S-J-Z)	590
2	新加坡	549	新加坡	569	新加坡	551
3	<b>中国澳门</b>	<b>525</b>	<b>中国澳门</b>	<b>558</b>	<b>中国澳门</b>	<b>544</b>
4	中国香港	524	中国香港	551	爱沙尼亚	530
5	爱沙尼亚	523	中国台湾	531	日本	529
6	加拿大	520	日本	527	芬兰	522
7	芬兰	520	韩国	526	韩国	519
8	爱尔兰	518	爱沙尼亚	523	加拿大	518
9	韩国	514	荷兰	519	中国香港	517
10	波兰	512	波兰	516	中国台湾	516
11	瑞典	506	瑞士	515	波兰	511
12	新西兰	506	加拿大	512	新西兰	508
13	美国	505	丹麦	509	斯洛文尼亚	507
14	英国	504	斯洛文尼亚	509	英国	505
15	日本	504	比利时	508	荷兰	503
	葡萄牙	492	葡萄牙	492	葡萄牙	492
	OECD平均	487	OECD平均	489	OECD平均	489

# 澳门学生阅读、数学和科学素养得分

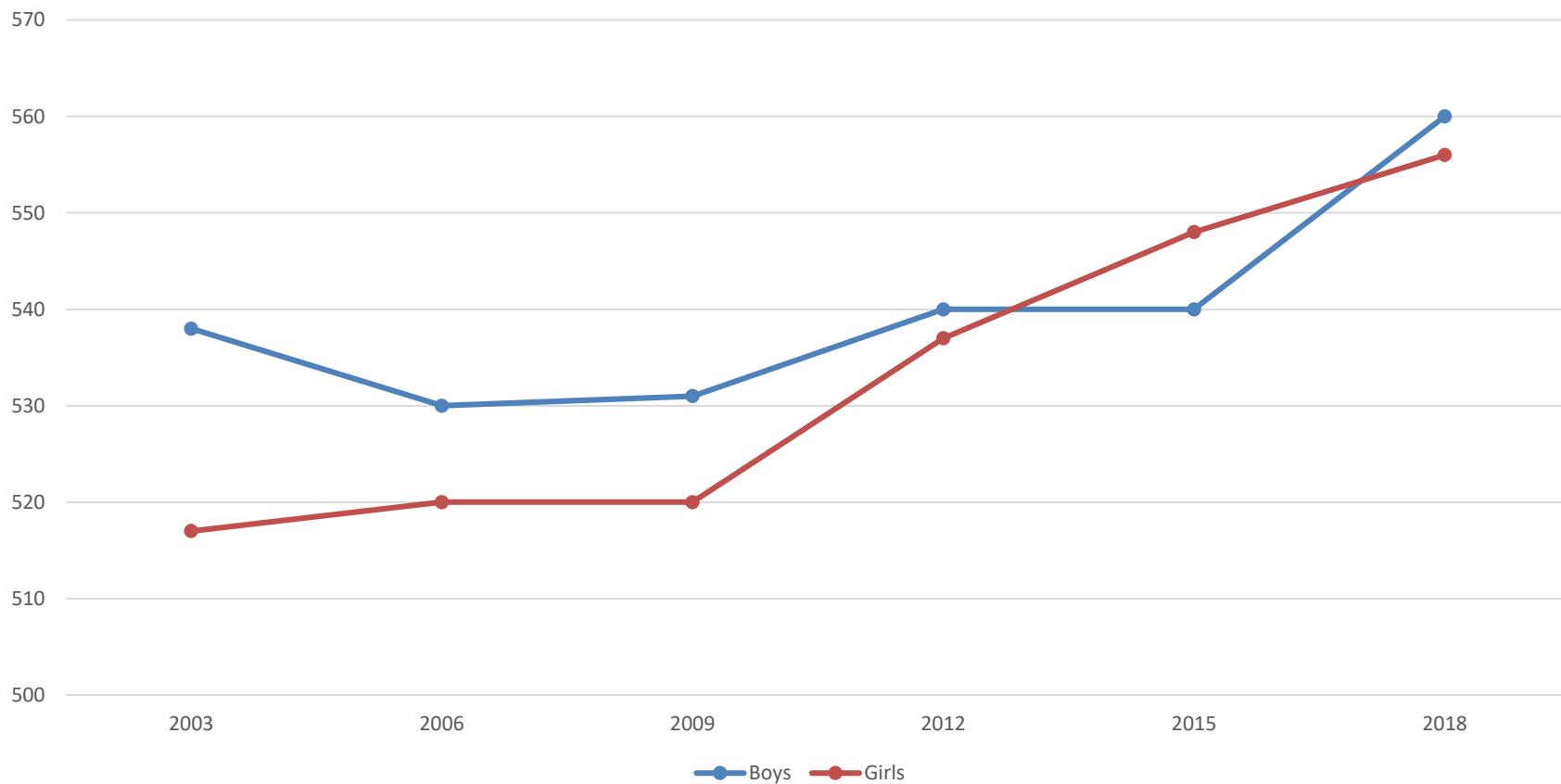
澳門與OECD國家之學生素養平均表現比較 (PISA2003 至 PISA2018)



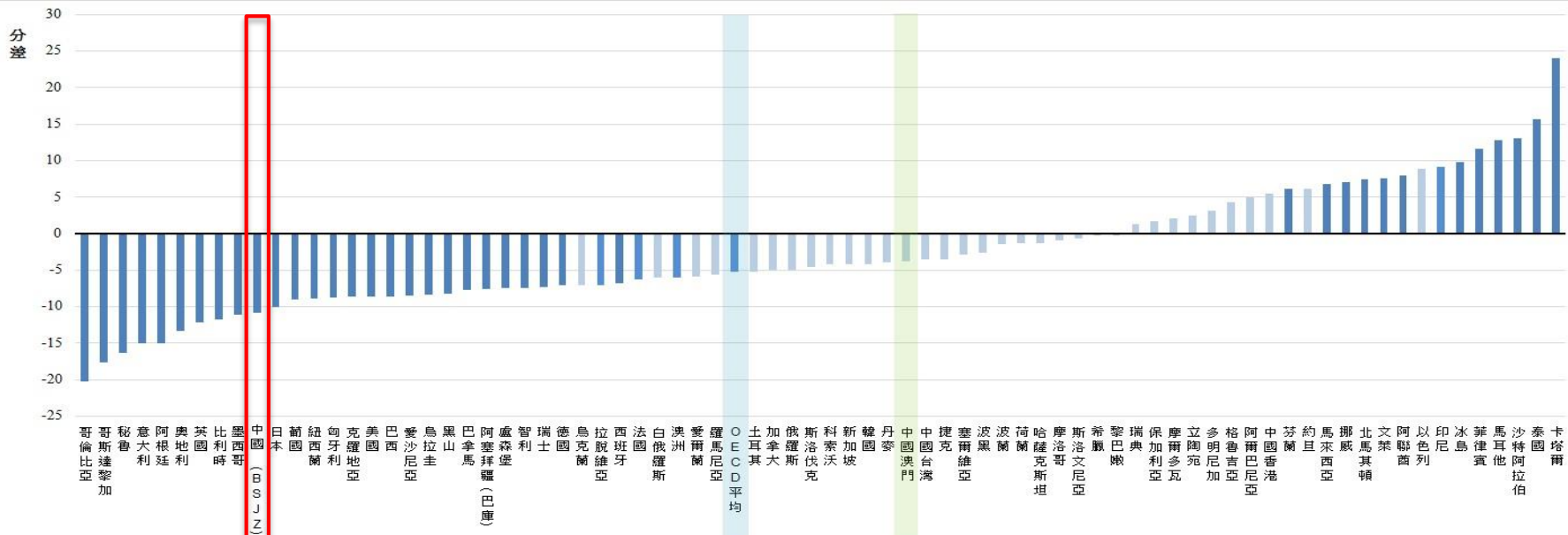
	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009	PISA 2012	PISA 2015	PISA 2018
閱讀 (澳門)	498	492	487	509	509	525
數學 (澳門)	527	525	525	538	544	558
科學 (澳門)	525	511	511	521	529	544
閱讀 (OECD平均)	494	492	493	496	493	487
數學 (OECD平均)	500	498	496	494	490	489
科學 (OECD平均)	500	500	501	501	493	489

# 澳门男女生的性别差异

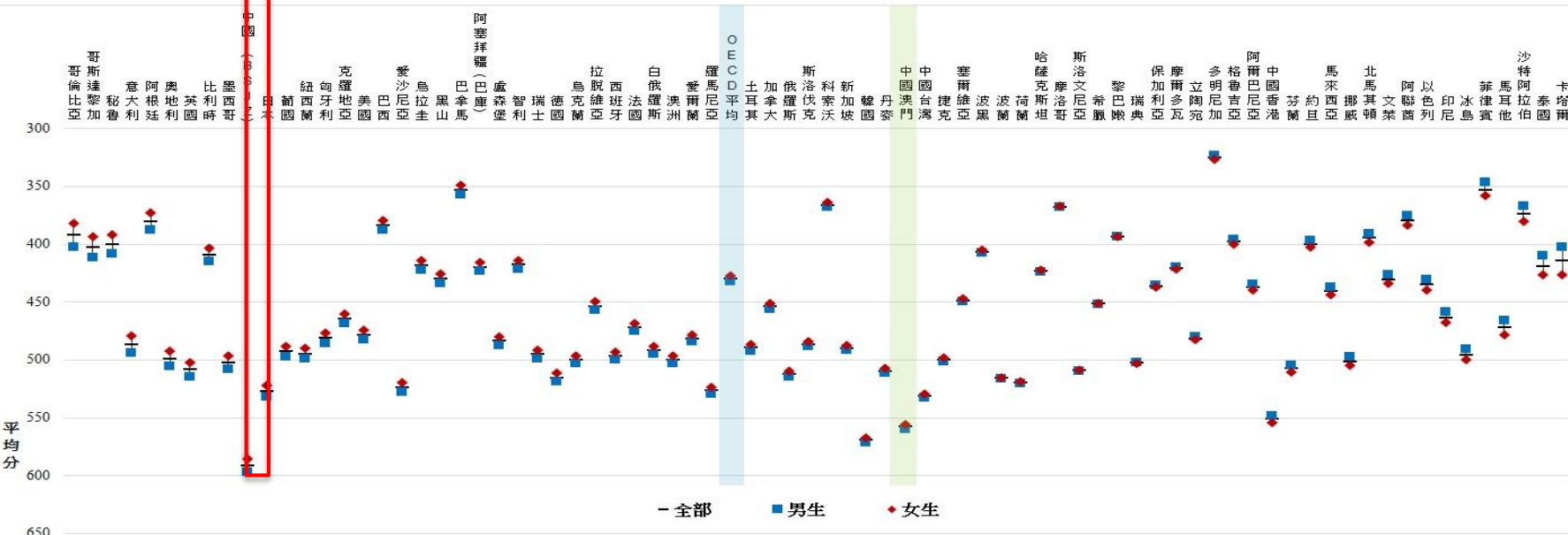
Boys' and Girls' Performance in PISA



數學素養性別差異 (女-男)



數學素養得分

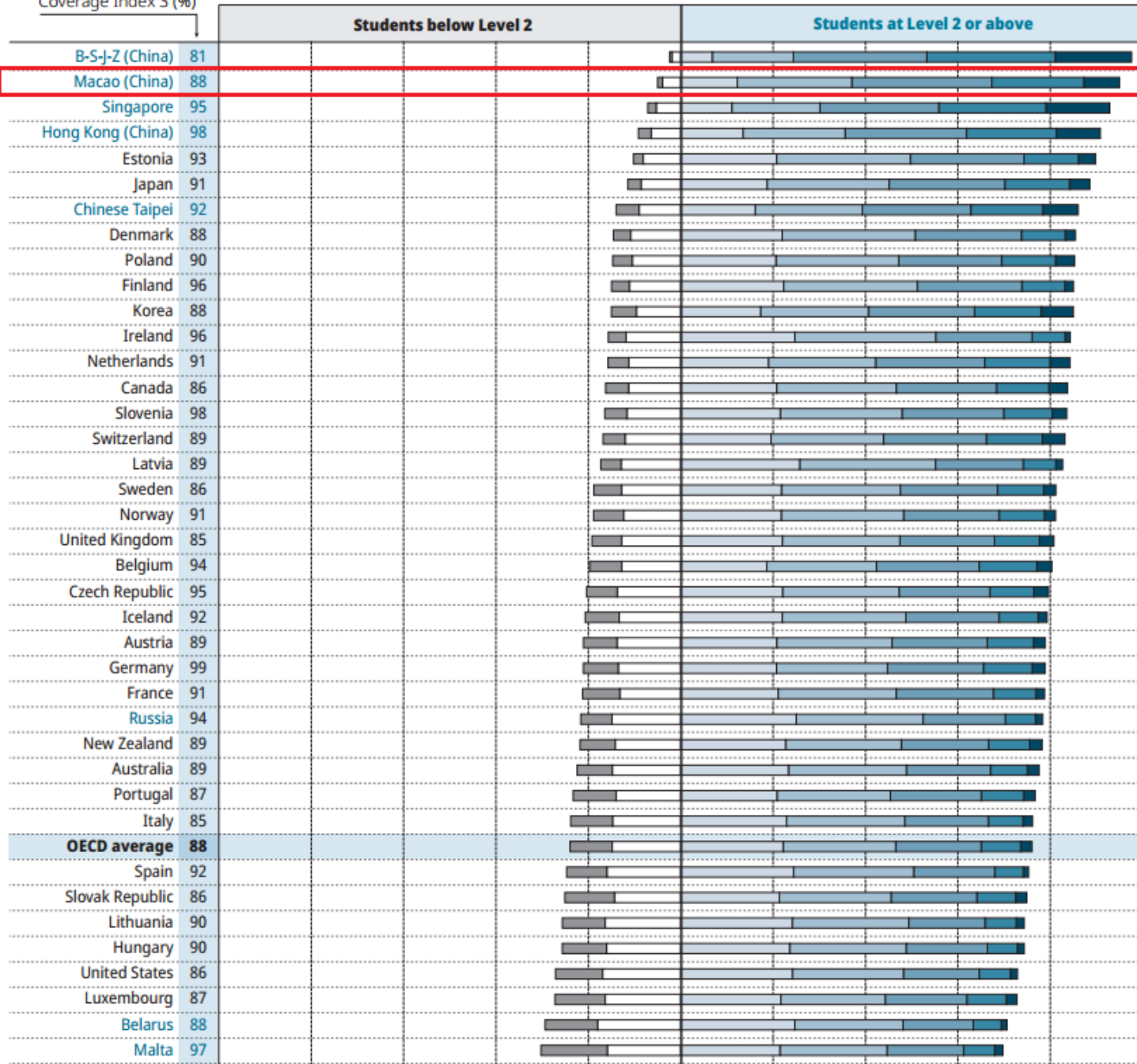


# Summary description of the six levels of mathematics proficiency in PISA 2018

Level	Lower score limit	Percentage of students able to perform tasks at each level or above (OECD average)	Characteristics of tasks
6	669	2.4%	At Level 6, students can conceptualise, generalise and utilise information based on their investigations and modelling of complex problem situations, and can use their knowledge in relatively non-standard contexts. They can link different information sources and representations together and flexibly translate amongst them. Students at this level are capable of advanced mathematical thinking and reasoning. These students can apply this insight and understanding, along with a mastery of symbolic and formal mathematical operations and relationships, to develop new approaches and strategies for attacking novel situations. Students at this level can reflect on their actions, and can formulate and precisely communicate their actions and reflections regarding their findings, interpretations, arguments and the appropriateness of these to the original situation.
5	607	10.9%	At Level 5, students can develop and work with models for complex situations, identifying constraints and specifying assumptions. They can select, compare and evaluate appropriate problem-solving strategies for dealing with complex problems related to these models. Students at this level can work strategically using broad, well-developed thinking and reasoning skills, appropriate linked representations, symbolic and formal characterisations, and insight pertaining to these situations. Students at this level have begun to develop the ability to reflect on their work and to communicate conclusions and interpretations in written form.
4	545	29.5%	At Level 4, students can work effectively with explicit models for complex, concrete situations that may involve constraints or call for making assumptions. They can select and integrate different representations, including symbolic representations, linking them directly to aspects of real-world situations. Students at this level can utilise their limited range of skills and can reason with some insight in straightforward contexts. They can construct and communicate explanations and arguments based on their interpretations, arguments and actions.
3	482	53.8%	At Level 3, students can execute clearly described procedures, including those that require sequential decisions. Their interpretations are sufficiently sound to be a base for building a simple model or for selecting and applying simple problem-solving strategies. Students at this level can interpret and use representations based on different information sources and reason directly from them. They typically show some ability to handle percentages, fractions and decimal numbers, and to work with proportional relationships. Their solutions reflect that they have engaged in basic interpretation and reasoning.
2	420	76.0%	At Level 2, students can interpret and recognise situations in contexts that require no more than direct inference. They can extract relevant information from a single source and make use of a single representational mode. Students at this level can employ basic algorithms, formulae, procedures or conventions to solve problems involving whole numbers. They are capable of making literal interpretations of results.
1	358	90.9%	At Level 1, students can answer questions involving familiar contexts where all relevant information is present and the questions are clearly defined. They are able to identify information and carry out routine procedures according to direct instructions in explicit situations. They can perform actions that are almost always obvious and follow immediately from the given stimuli.

Below Level 1   Level 1   Level 2   Level 3   Level 4   Level 5   Level 6

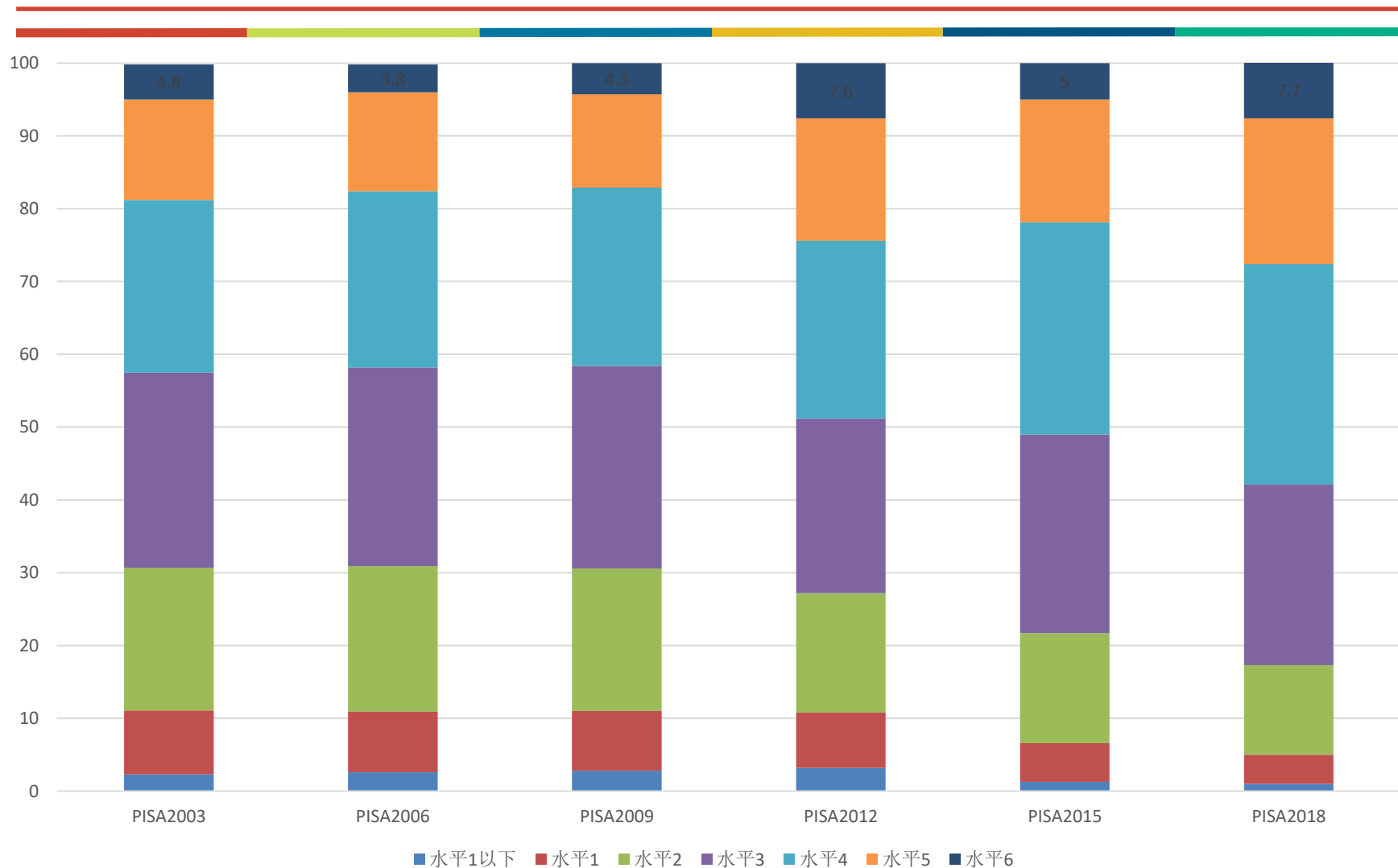
Coverage Index 3 (%)

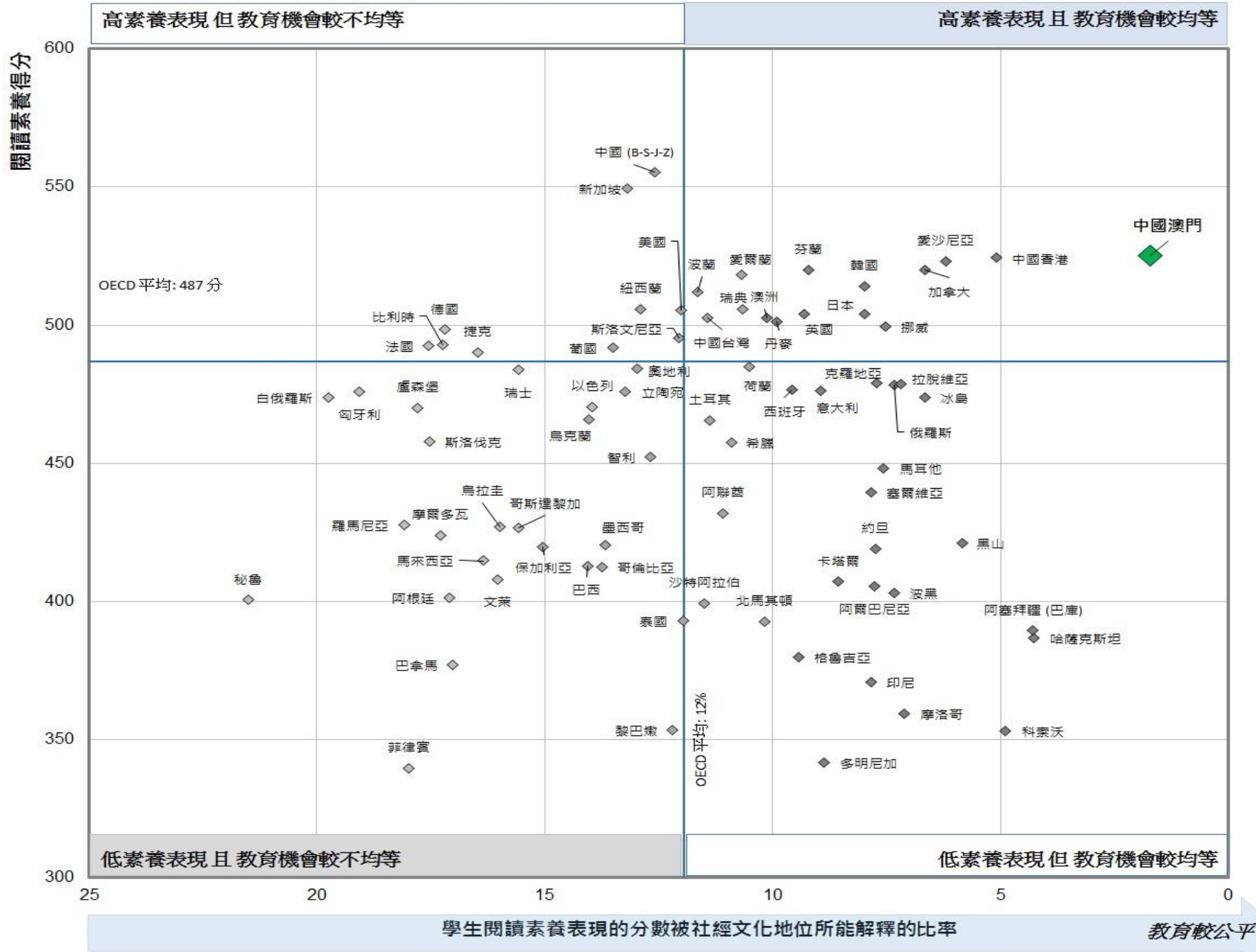


# Students' proficiency in mathematics




# 澳门学生数学素养水平级别别人数比例变化趋势





- 
- 澳门以家庭社经文化地位来解释素养分数变异的百分比**全球最低**。
  - 澳门的基础教育系统延续之前数届的测试结果，成功地为就读的学生群体提供了持续**优质且公平**的教育机会。

A decorative graphic consisting of two horizontal lines. The top line is a solid red line. The bottom line is a multi-colored line with segments of red, yellow, blue, yellow, blue, and green.

*Macao is the only country/economy with a positive and accelerating trend in all three domains (reading, mathematics and science): student performance in Macao improved over time, and more so in recent PISA cycles than in earlier PISA cycles. (OECD, 2019b, p.132)*

# 老柏生(澳门教育暨青年局局长)

---

- 澳门教育暨青年局多年来严谨分析澳门学生PISA测试的表现，并进行科学研究，针对澳门教育优劣势和劣势的启思，持续制定有助于提升学校教质的素质和发展的各项政策，如持续加大教育投入，设立教育的发展基金，优化教与学的条件，为不同能力的学生进行拔尖、保底，协助学生有效阅读和学习，提升幸福感、创意思维、审辩和解难能力，又为学生提供发挥潜能和全面发展的平台；此外，实施课程改革、为教师及学校中高层人员提供多元化的专业发展和交流学习机会。

# 澳门成功的经验

- 1) 有效的教育资源投入
- 2) 基于证据为本的教学指导
  - a) 针对澳门留级制度的问题论证
  - b) 针对澳门男生阅读素养的教学指导论证
  - c) 从书面走向自适应数码测试了大数据时代下，培养驾驶资讯的导航能力论证



ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT

2018 澳門 - PISA



經濟合作與發展組織  
『2018學生能力國際評估計劃』

澳門 PISA 2018 研究計劃報告：  
從國際比較的觀點評核15歲學生的  
閱讀、數學和科學素養表現

教育測驗與評核研究中心  
澳門大學  
中國澳門

2019年12月

PISA計劃協作組織：

Australian Council for Educational Research (ACER, Australia)  
cApStAn Linguistic Quality Control (Belgium)  
Deutsches Institut für Internationale Pädagogische Forschung (DIPF, Germany)  
Educational Testing Service (ETS, USA)  
Pearson (UK)  
Statistics Canada (Canada)  
Westat (USA)

# 有效的教育资源投入

- 政府在非高等教育公共開支上，2016年比2006年增長了3.2倍；對每位學生的公共教育人均開支則增長了3.8倍。
- 教育局采用各种补贴奖励措施降低学校留级率、降低生师比例、减少班级人数、建立科学实验室、透过教育发展基金资助学校翻新或重建校园、或添置设备、或为学校派驻专职的阅读推广人员和信息科技人员、支持学生参加国际交流以增广视野等等具体举措。
- 教育局通过国家教育部门派驻内地优秀教师来澳支持学校提升教学品质，指导和加强在职教师的教学技巧和效能；
- 教育局与澳门各个大专院校的教育部门合作，为教师提供有关教学方法、评估策略和课堂管理的在职培训，以强化澳门教师的专业知能等。



# 澳门成功的经验

1. 澳门只有基本学力要求，而没有统一的课程标准-有保底，但没有封顶。
2. 澳门没有统一的教材，澳门学校使用的教材主要有：内地人教版和港版。人教版的教材从教学法的角度来讲，有很多的可取之处。
3. 澳门没有统一的公开考试，所以很多学校把PISA当作公开考试。
4. 适当的留班





# 澳门需要改进的地方

1. 澳门有特教学校，但没有优才学校，培养优才全靠学校和家长，所以数学素养达水平6的学生的比例较低。
2. 老师的教学热情和支持
3. 澳门有学校层面的教研室，但与内地相比，教研室的功能还需提升。澳门需要建立学校联盟式的教研机构，共同探讨教学实践中遇到的问题以提升教师的教学和研究水平。
4. 忧患意识



# 反思：华人地区数学教育优势和弊端

---

- 优势：精讲多练(即mastery theory)，以保证多数的学生跟上班级学习进度。
- 在小学低年级做得很好，但到小学高年级就开始赶进度而丢下小部分学生，这种趋势一直持续到高中。
- 新加坡的分流制度

# 弊端1：讲得太精

---

配方法解方程的基本步骤：一移、二化、三配、四化、五解

1. 移项：把常数项移到方程的右边；
2. 化 1：把二次项系数化为 1
3. 配方：方程两边同加一次项系数一半的平方；
4. 变形：化成  $(x+m)^2=a$
5. 开平方，求解

# 弊端1：讲得太精

---

## 配方法

例题： $(x + 3)^2 = 2$

练习：用配方法解下列方程。

(1)  $x^2 - 4x - 3 = 0$  (2)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

小结：

1. 将此一元二次方程化为 $ax^2 + bx + c = 0$ 的形式
2. 将二次项系数化为 1
3. 将常数项移到等号右侧
4. 等号左右两边同时加上一次项系数一半的平方
5. 将等号左边的代数式写成完全平方形式
6. 左右同时开平方
7. 整理即可得到原方程的根

更多的例子：列方程解应用题，概念教学中也不难举出类似的例子

## 弊端2：较少地考虑学生

---

- 课程设置：小学高年级的比例，方程等概念，超出了部分学生的认知水平；初二的几何证明也是很多孩子的噩梦。
- 实际教学时，课堂容量太大，特别是高中。

儿子初三就有同学不来上学，高中基本靠拖。

# 其他可研究的问题

---

- Lesson study from pedagogy to students' understanding
- Teachers' MPCK
- Teachers' TPACK
- Task design for formative assessment, which is an integrated part of teaching
- Inquiry items for high-stakes examinations