Classroom Assessment as an Integral Part of Instruction

蔡金法
(Jinfa Cai)
Southwest U and U of Delaware
jcai@udel.edu

Many Thanks to Prof Fan for the invitation

Thanks to Dr. Li for the coordination

故事 1

LRDC

LEARNING RESEARCH & DEVELOPMENT CENTER

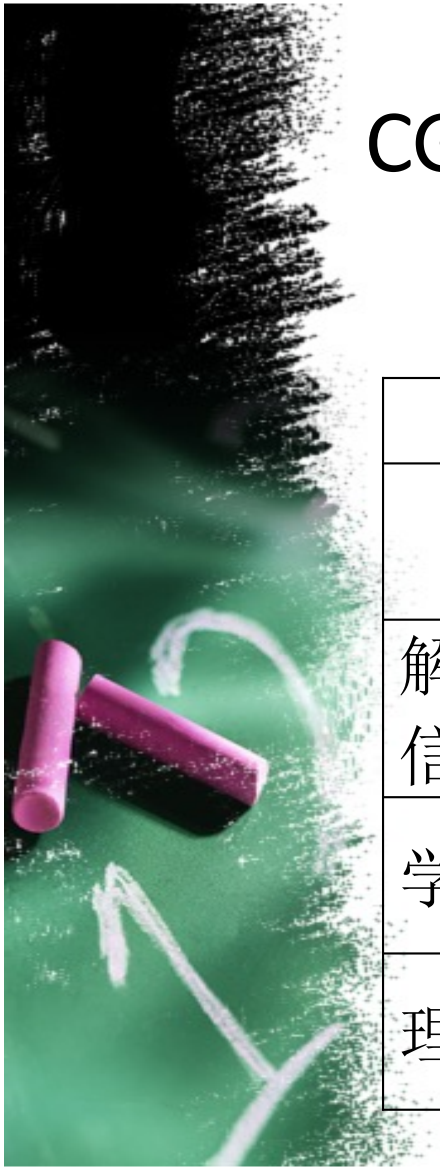
AT THE UNIVERSITY OF PITTSBURGH

故事 2：一个新闻

高考分数为303分（文科），比当年文科类专科分数线低243分；被顶替者高考分数为546分（理工科），超出理科类专科分数线27分，考上了山东理工大学

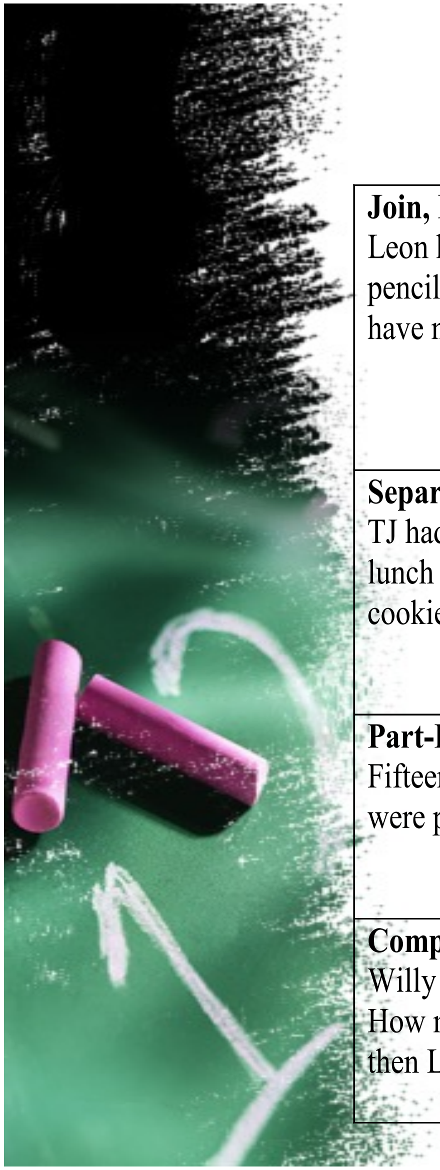
故事 3:Cognitively Guided Instruction (CGI) 学生比非CGI 学生在简单计算和问题解决上要么表现更好要么没有差异（Carpenter, 1989）：

	平均分			
	CGI 学生	非CGI学生	T 值	P 值
数的计算问题	2.25	1.81	2.23	＜ 0.05
涉及复杂加减运算的问题解决	8.53	7.87	1.99	＜ 0.05



CGI 学生比非CGI 学生在信心、信念和理解上要么表现更好要么没有差异

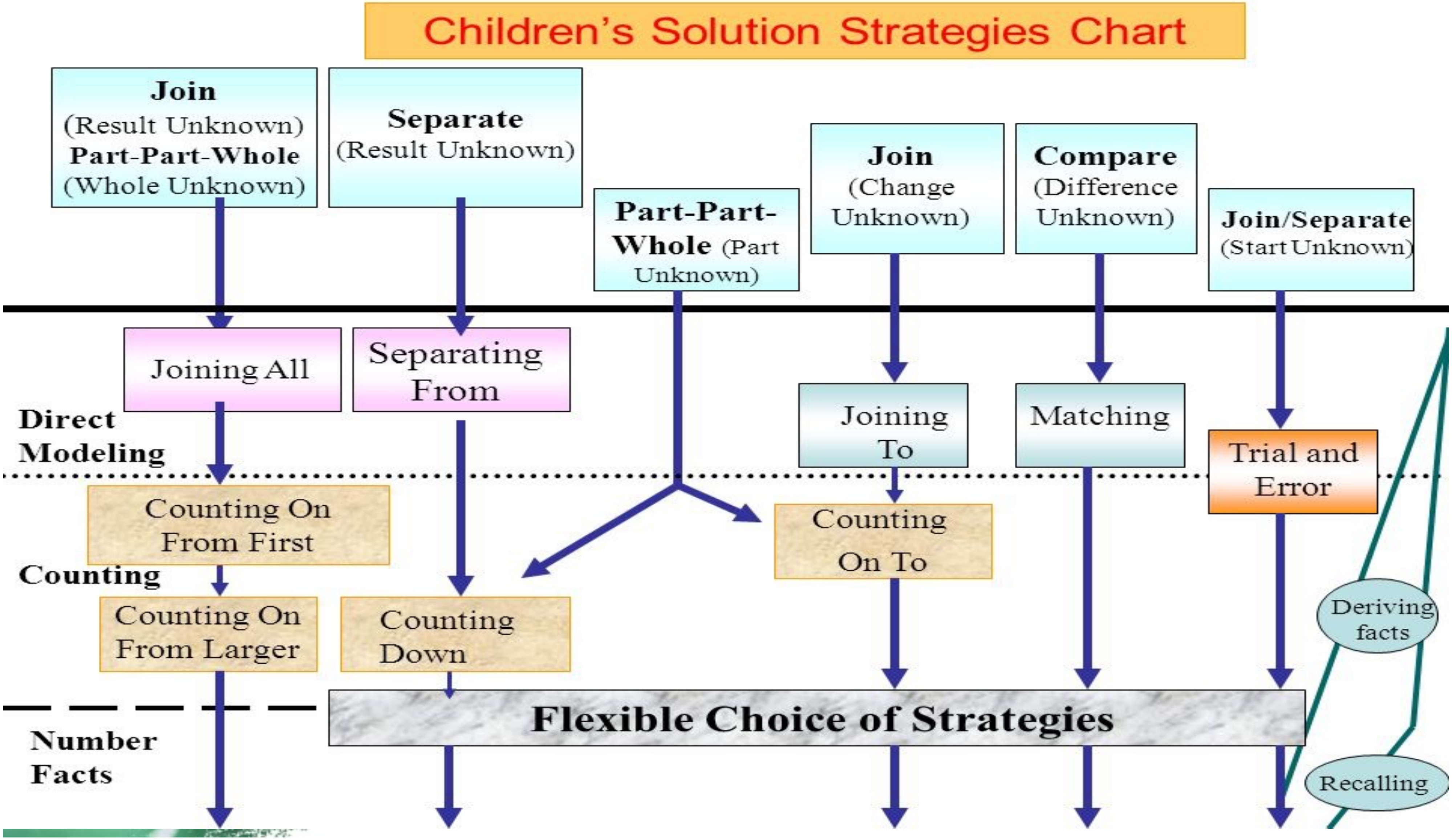
	平均分			
	CGI 学生	非CGI学生	T 值	P 值
解决问题的信心	10.34	9.77	1.79	< 0.05
学生的信念	31.12	29.61	2.97	< 0.01
理解	3.30	3.16	1.73	< 0.05

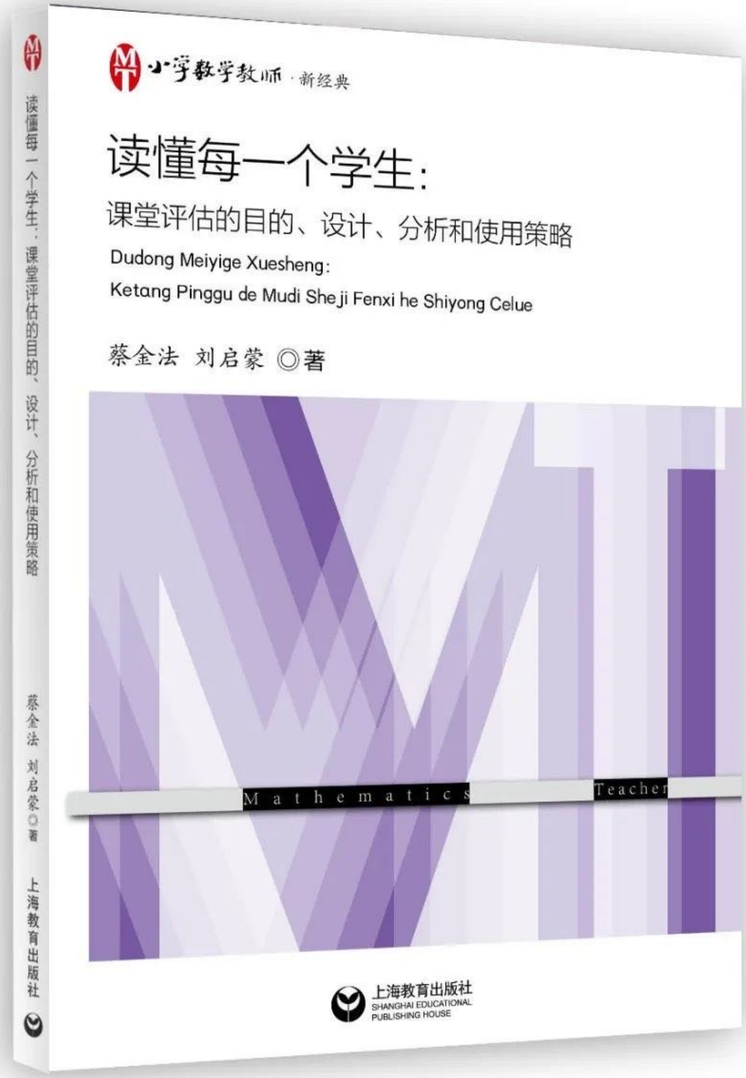


Cognitively Guided Instruction Story Problems

Carpenter, Fennema, Franke, Levi, and Empson, ©2006

<table>
<tr>
<td colspan="2">Join, Result Unknown
Leon has 9 pencils. He gets 5 more pencils. How many pencils does Leon have now?</td>
<td colspan="2">Join, Change Unknown
Kevin has 7 dollars. He wants to save up 11 dollars to buy a toy. How much more money does Kevin need?</td>
<td colspan="2">Join, Start Unknown
Eve found 8 pebbles on her way to school and put them in her pocket. When she got to school she counted her pebbles and found that she had 14 pebbles in her pocket. How many pebbles did she have in her pocket before she left for school?</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Separate, Result Unknown
TJ had 13 chocolate chip cookies. At lunch she ate 5 of them. How many cookies did TJ have left?</td>
<td colspan="2">Separate, Change Unknown
Eleven children were playing in the sandbox. Some children went home. There were 3 children left still playing in the sandbox. How many children went home?</td>
<td colspan="2">Separate, Start Unknown
Max had some money. He spent $9 on a video game. Now he has $7 left. How much money did Max have to start with?</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">Part-Part-Whole, Whole Unknown
Fifteen girls and 5 boys were playing soccer. How many children were playing soccer?</td>
<td colspan="3">Part-Part-Whole, Part Unknown
Destyni is holding some pennies and quarters. She is holding 12 coins. If we know she has 2 quarters, how many pennies is she holding?</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Compare, Different Unknown
Willy has 12 crayons. Lucy has 7 crayons. How many more crayons does Willy have then Lucy?</td>
<td colspan="2">Compare, Compare Quantity Unknown
Coleman has 11 books. Kevin has 6 books more than Coleman. How many books does Kevin have?</td>
<td colspan="2">Compare, Referent Unknown
Melleri has 13 stickers. She has 5 more stickers than Kenzie. How many stickers does Kenzie have?</td>
</tr>
</table>


Children's Solution Strategies Chart
Join (Result Unknown) Part-Part-Whole (Whole Unknown)
Separate (Result Unknown)
Part-Part-Whole (Part Unknown)
Join (Change Unknown)
Compare (Difference Unknown)
Join/Separate (Start Unknown)
Direct Modeling
Joining All
Separating From
Joining To
Matching
Trial and Error
Counting
Counting On From First
Counting On From Larger
Counting Down
Counting On To
Deriving facts
Number Facts
Flexible Choice of Strategies
Recalling


小学数学教师·新经典
读懂每一个学生：
课堂评估的目的、设计、分析和使用策略
Dudong Meiyige Xuesheng:
Ketang Pinggu de Mudi Sheji Fenxi he Shiyong Celue
蔡金法 刘启蒙 ◎著
Mathematics
Teacher
上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATIONAL PUBLISHING HOUSE

What does it mean for assessment as an integral part of instruction?

从一道题目引发的思考：

练习：

请你用 **1、2、3、5、6** 这五个数字来编题。

（1） 编一道三位数乘两位数的算式，笔算出答案。

（2） 编一道乘积尽可能大的三位数乘两位数的算式。

从一道题目引发的思考：

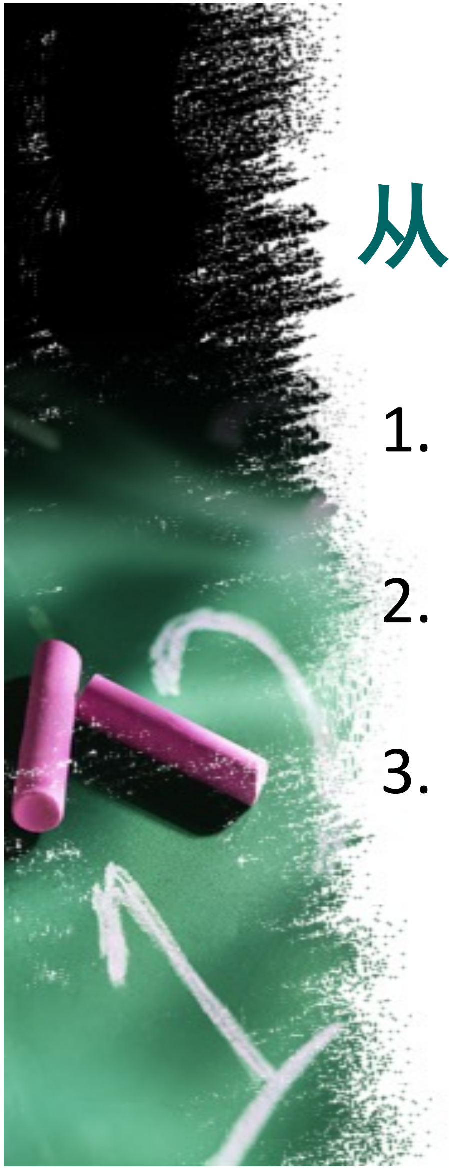
练习：

请你用 **1、2、3、5、6** 这五个数字来编题。

（1） 编一道三位数乘两位数的算式，笔算出答案。

（2） 编一道乘积尽可能大的三位数乘两位数的算式。

如果有一个学生给出的答案是666×66，我们如何看这样的答案？



从没想过到集体反思

1. 认为不合理。没有“意会”题目的本意。

2. 认为合理。审题敏锐，思维独特。

3. 只要思维合理，都应支持结果。

评估

评估 (assessment)，可以被视作一个获取信息的过程，以用于制定有关学生、课堂、课程、项目、和政策的决策。它能够根据学生在特定环境下说的、做的或在特定条件下的反应，来推断学生知道什么、能做什么、以及完成了什么。（当然，所有的评估都会含蓄地传递价值观，标准和期望）

Consequential Validity

Messick (1995) defined consequential validity to be "**evidence and rationales for evaluating the intended and unintended consequences of score interpretation and use in both the short- and long-term**."

教学观念的转变主要包括三个方面：

首先，教师应该设计什么样的教学任务；

其次，教师能够接受学生什么样的答案；

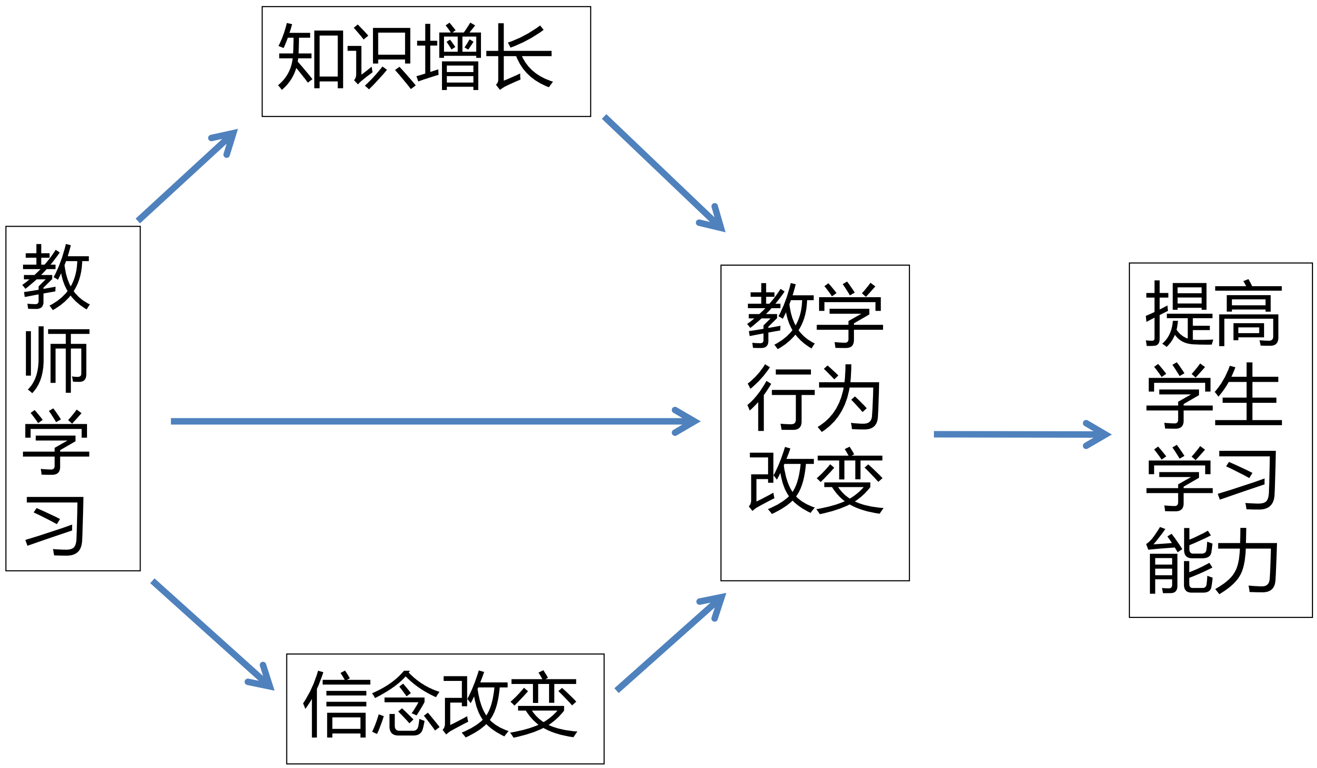
最后，教师应该对学生有怎样的期望。

教师对学生完成教学任务的期望

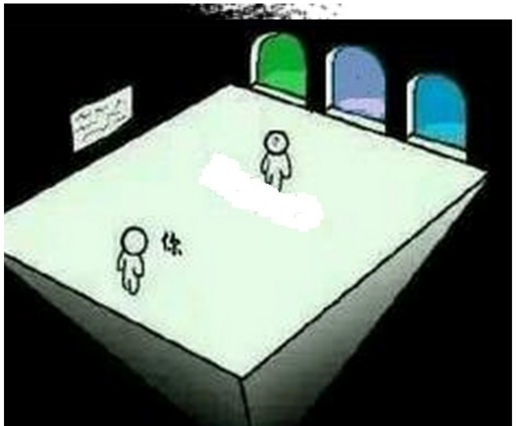
如何在平时的课堂中给学生提供机会来发展他们的思维？

如何给更多的学生提供更多的学习机会？

只有当老师对学生的期望产生变化的时候，才会关注学生的答题方式可以有多种形式，多种维度，多种思考。



Cai et al., 2020



在“做出明智的选择”的电视节目中：有3扇关闭着的门，其中一扇门的背后有大奖，但另外两扇门的后面只是一个好玩但无多大价值奖品。参与者首先~~按要求~~选取一扇门（这扇门背后可能有奖，可能没有，但是参与者不知情），无论如何选择，随后主持人都会打开一扇没有大奖的门（这扇门不是参与者所选的那一扇）。参与者可以选择保持最初的选择，也可以改为选取另外的那扇未开的门。参与者到底该怎样做才是明智的呢？

师1：“（应该）改变选择。因为原来概率是1/3，改变以后变成2/3了。开始有三个分支，后来两个分支合并成一条分支了，变粗了。”

师2：“我理解的话换了是不是相当于选了两扇门了？不换的话就只选了一扇门。”

师3：“其实是一样的。改的话，是三分之二乘以二分之一。概率还是三分之一。改不改都一样，新的概率是三分之二乘以二分之一，改变要增大的前提是原先选择错误，所以肯定是一样的……”

师2：“主持人知道结果，所以主持人选择的门不是随机的，故换和不换其实不是等可能事件。”

师3：“也一样，主持人当然知道结果。但你有可能第一次就是对的。肯定是三分之一。改变后计算一定是三分之二乘以二分之一。”

师2：“你如果换的话，你就是三选二了，你如果不换，就是三选一。”

师3：“你换的话，必须抛弃一开始的三分之一，前提变成了三分之二。换的隐含条件就是抛弃一开始的三分之一。”

师4：“这和主持人先打开一扇没奖门，再让你二选一没啥区别。”

师1：“不一样，顺序不同。选择一扇门以后，主持人只能从剩下两扇门里排除一个。”

师3：“比方说我原先选了a，换的话，等下就不能选a了。”

师4：“这样行不？（见右图）”

师3：“三分之二是绝对不可能的。”

师4：“感觉我这样算没毛病啊！”换，三分之二，没毛病。要不你模拟试验个一千次。”

师2：“我这么想的，如果不换那就是三选一，如果换了，那主持人的选择也变成了我的选择，就是三选二。具体哪个有奖我就不管了，主要看我能选的多少。”

对于这一问题的认知可以分成3种。

第一种类型的认知代表了那些“理解始终正确”的“学生”（如师1、2）。这类群体从开始就抓住了问题的重点，并能够给出正确答案。

第二种类型的认知代表了“理解逐渐正确”的“学生”。这类群体开始时的回答并没有表明他们已经完全理解如何解决问题，如师4刚开始认为“这和主持人先打开一扇没奖门，再让你二选一没啥区别。”实际上如果按照这个思路，那么得到的结果可能会是1/2而非2/3。然而随着讨论的深入，他们可以理解正确的解决方法，并通过画图等帮助梳理思路。

第三种类型的认知则代表了“理解始终错误”的“学生”（如师3）。这类学生往往会陷入自己已有的知识和思维逻辑当中，很难理解并接受他人的观点。

进一步分析上述片段中教师的对话过程可以发现，老师们看似是相互讨论并试图说服对方达成一致的观点，但实质上大部分人都是在各说各的，他们并没有真正理解其他人的问题，而是在解释自己的想法。

师3再次提出质疑

“我还是想不通，我选择换，那概率的计算应该是三分之二乘以二分之一，答案是三分之一呀？为什么是三分之二呢？”

师A：选择换门。假设A、B、C三个门，如果大奖在A门，而游戏者选择A，那么不换会中奖；如果游戏者选择B，那么必须换才能中奖；如果游戏者选择C，那么也要选择换才能中奖。如果大奖在B门、C门也是一样的。这样一来，选择不换中奖是三分之一，选择换中奖是三分之二。

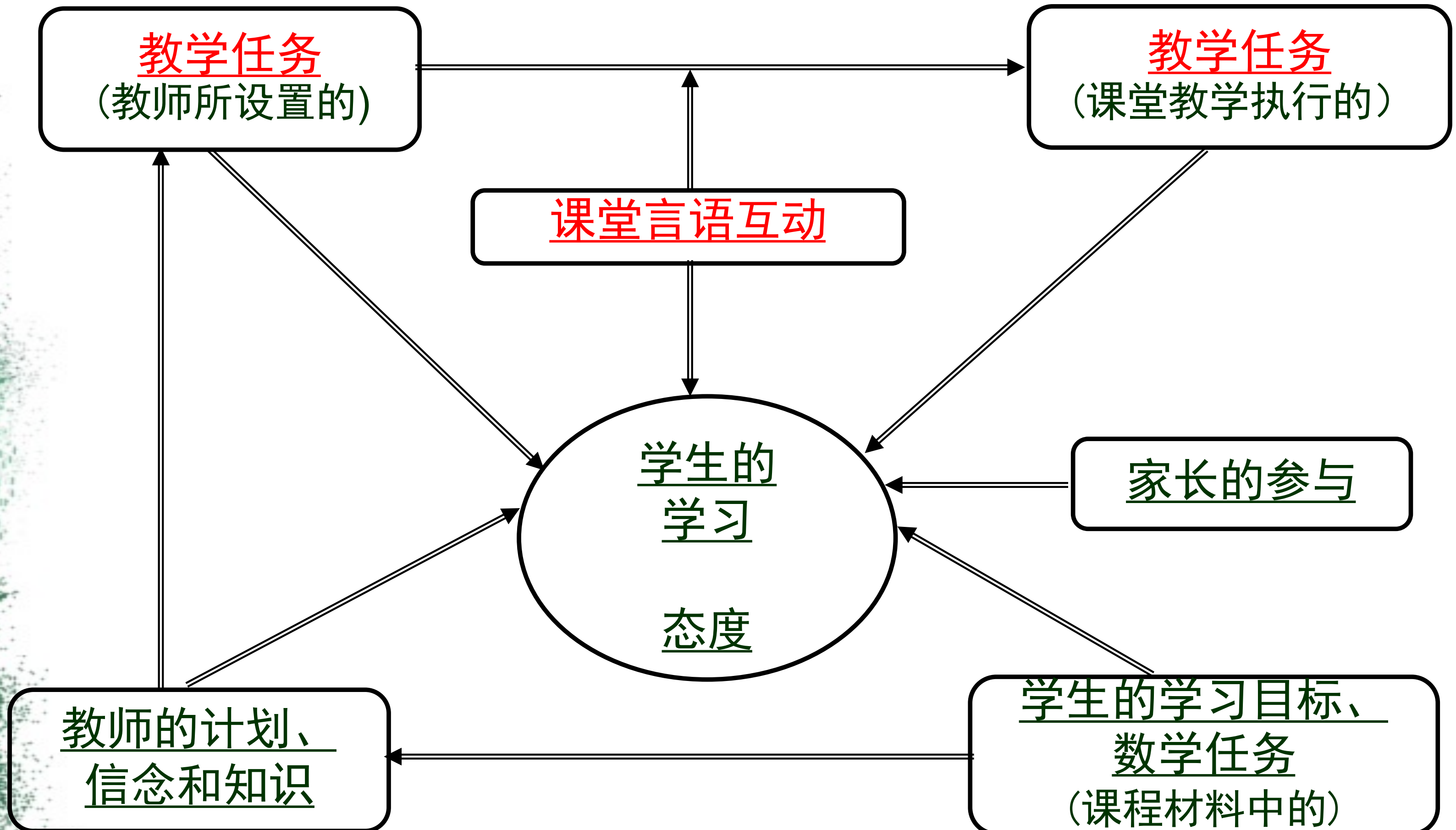
师B：选择换门。如果保持一开始的选择，那么获大奖几率是固定的，即为1/3。如果选择换门，那么选手相当于获得了打开两扇门的机会（其中一扇为主持人帮忙打开背后没有大奖的门，另一扇为选择换门后主持人打开的门），那么获奖概率为2/3。

师C：改变主意，选择那扇未开的门。思考过程：将这个问题倒推思考，如果要改变主意中奖，那么一开始的选择就是要选择没有奖品的门，也就是说机会是三分之二，如果要不改变主意中奖，那么他最初选择就必须为有奖品的门，这样的概率为三分之一。所以改主意的中奖概率为不改主意的两倍。

师D：我选择换另外的门。理由是从三扇门中选择一扇门的概率是三分之一；当主持人打开一扇门的时候，这扇门的背后一定是好玩的，这时再去选择换门的概率相当于三分之二了，因为我们开始打开那扇门我们始终不知道它有还是没有大奖，我们都是受这个干扰的影响。其实我们开始打开就是三分之一第二次再选择才是三分之二，因为我们排除了主持人打开的那扇门。

师E：假设这三扇门分别为A,B,C,参与者一开始选择的是A门，这一选择获得大奖的可能性为1/3，那么有2/3没有获得大奖的可能性。当主持人打开了C门，排除掉了C作为大奖的可能，那么C获得大奖的可能性就为0了，也就是说B获得大奖的可能性就有2/3了。参与者如果保持原来的选择A，则获得大奖的可能性为1/3，如果改成B，则有2/3的可能性获得大奖。

课堂教学框架



教学任务
(教师所设置的)
教学任务
（课堂教学执行的）
课堂言语互动
学生的
学习
态度
家长的参与
教师的计划、
信念和知识
学生的学习目标、
数学任务
（课程材料中的）

- 请写出下面算式的答案。

$$1\frac{1}{4} \div \frac{5}{8} =$$

- 请用图示表示下面算式的含义

$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$$

•请提出可以用下面算式解答的2个不同的数学问题(注意:只需提出问题，无需解答)。

$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$$

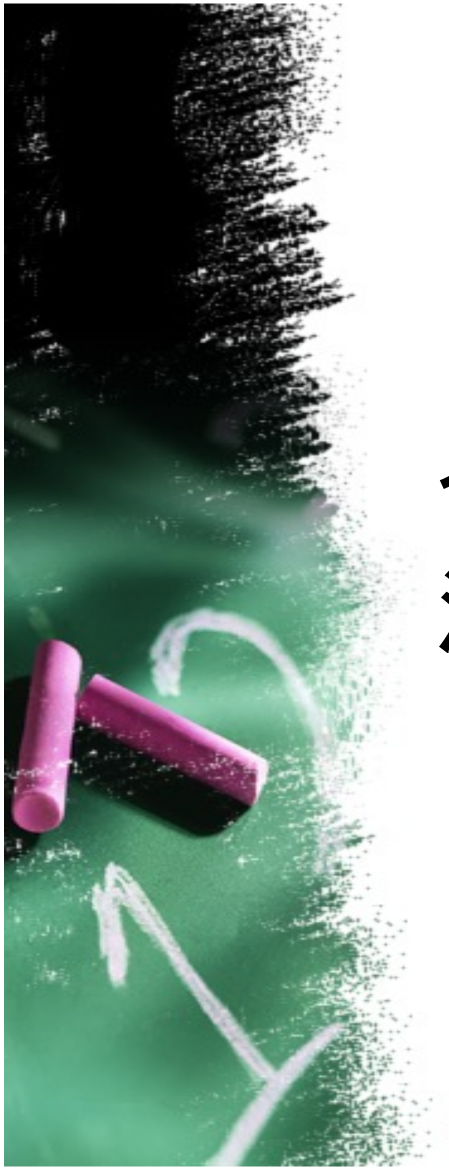
《分数的再认识》

究竟要让学生再认识什么？

案例提供：　清华大学附属小学　姜国明

好的问题

- 在一张纸上，写下三个你会问的好问题，以便你能学到更多我们今天所学的内容。



困惑

今天的课中，那些对你来说是最不清楚（或困惑）的？请写下来。

报纸上的标题

- 为所学的内容加上一个类似报纸上的标题，该标题必须抓住内容的主旨。

测试问题

- 写下两个问题，你认为老师可能会用于测试中。Why these two?
- 自己编制两个问题，必须包括本单元最重要的一些概念。
- 编制一个容易的，一个中等难度的，一个较难的问题

课堂数学交流？

数学交流

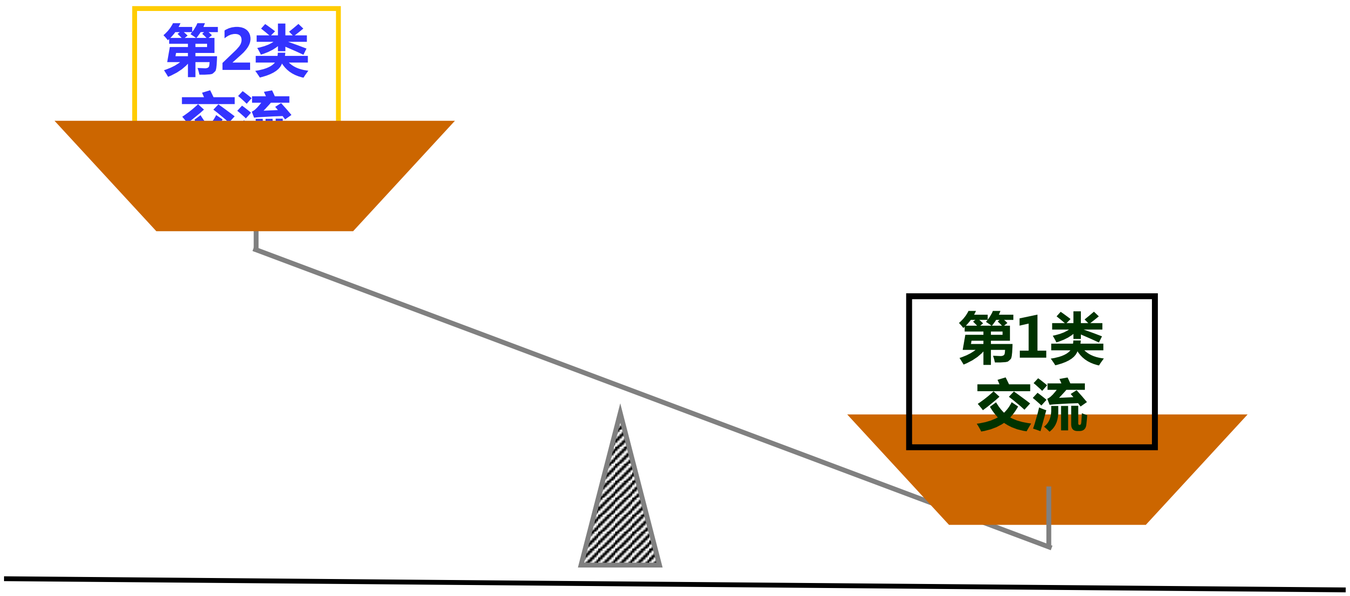
第1类

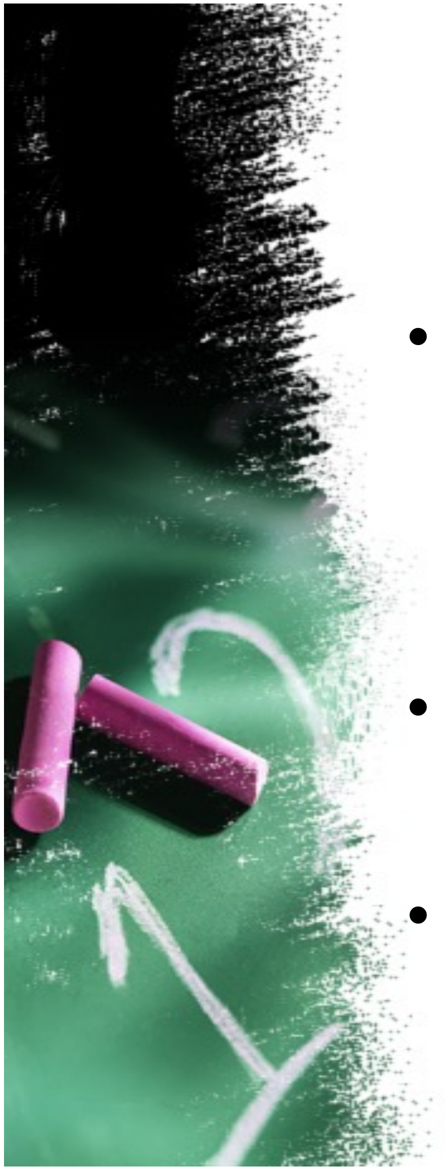
自我交流：自我沉思和反省

第2类

与他人交流：任课教师和同班同学

中国课堂里的数学交流：



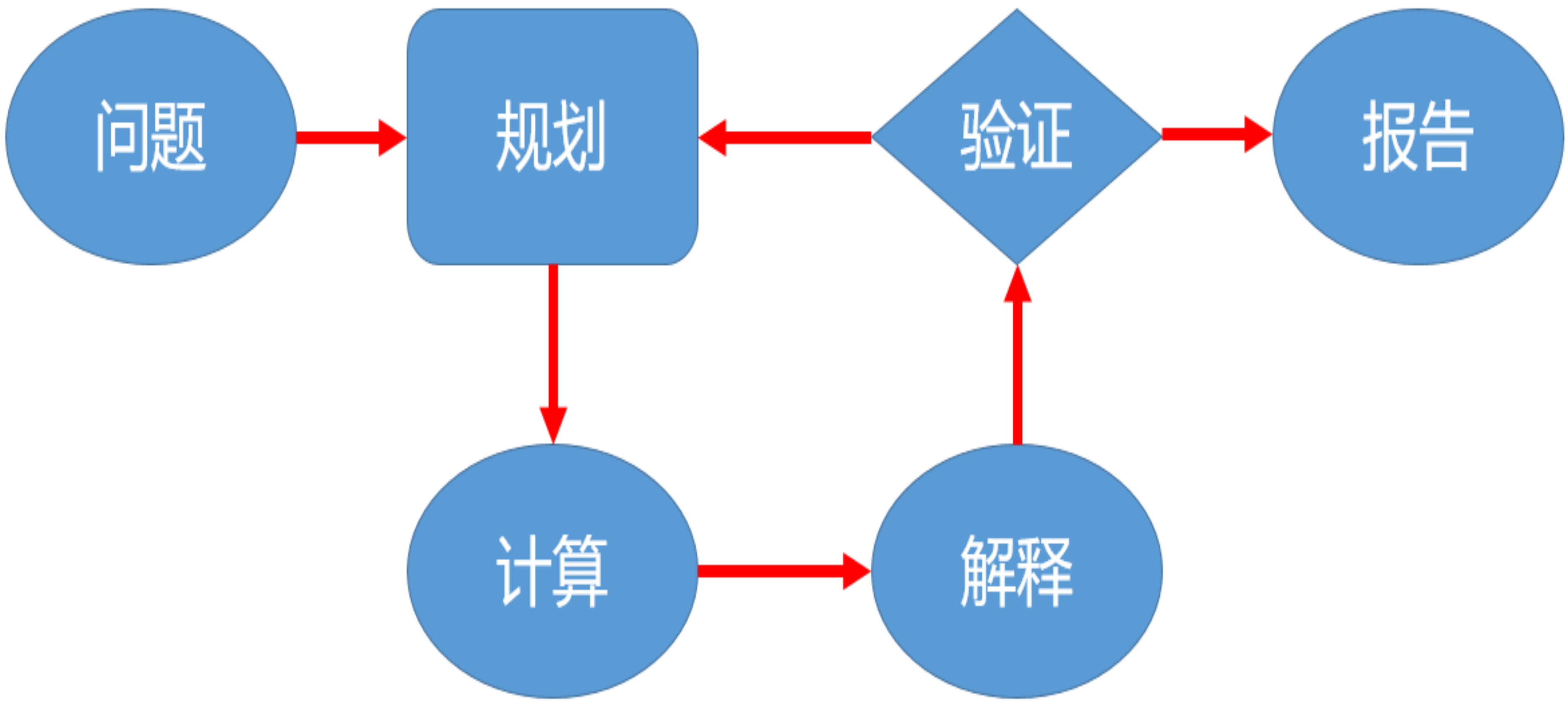


数学素养及其测评

- 学生的数学素养可以通过适当的教学进行培养。有关数学(核心)素养的讨论目前还没有达成一致意见，然而不应等到达成完全一致后，才开始在课堂上实施培养学生数学素养的教学。
- 对数学(核心)素养的讨论需要基于人的培养目标和对数学的认识。
- 为培养学生数学(核心)素养，我们需要讨论如何测评数学素养

数学(核心)素养

- 智能计算思维(Computational Thinking)
- 数学交流 (Communication)
- 数学建模 (Modeling)
- 问题提出 (Problem Posing)
- 数学情感 (Mathematical Disposition)
- 问题解决 (Problem Solving)
- 逻辑推理 (Mathematical reasoning)


问题
规划
验证
报告
计算
解释

- “问题（Problem）”环节：“确定变量”是最重要的能力，它要求学生能够在现实情境中识别变量，并且可以从这些变量中选择能够代表最基本特征的变量。
- “规划（Formulate）”环节：要求学生能够创造或选择合适的几何、代数、统计公式或图表等，来描述不同变量之间的关系。
- “计算（Compute）”环节：要求学生能够分析和执行这些关系，以得出结论。
- “解释（Interpret）”环节：要求学生能够从原有的解题方案出发，对数学结果进行解释。
- “验证（Validate）”环节：要求学生能够将对结果的解释带入到情境中，通过比较和分析对结论的有效性进行验证，并决定是否对模型进行改进或接受模型结果。
- “报告（Report）”环节：要求学生能够将上述获得的结论以及背后的推理过程清晰的报告出来，包括所做出的假设和各种选择等。

问题解决

- **4分—非常好**

➢ 用清晰、完整的策略解决了问题和强有力的解释表述了解答

➢ 完全理解问题

➢ 没有任何遗漏；完整且正确地解决了问题，且答案说明也完全正确

➢ 可能会有创造性或非常规的解答过程

➢ 解决方案可能超过了题目要求的程度

➢ 对解答的准确性和精确性进行了检查

逻辑推理

4—非常好

➢每一步都有合理解释

➢思路清晰；逐步进行论证

➢组织非常具有逻辑性

➢从充分的证据中得出恰当的结论

➢提出假设并进行验证

问题解决

- 3分—较好

➢ 问题得到解决，而且有很清晰的策略

➢ 解答过程完整或几乎完整，且正确

➢ 理解问题的要素、关系、问题以及疑问，且仅有很少遗漏

➢ 论证完整或几乎完整，可能有细小错误

➢ 对解答的正确性进行了检查

逻辑推理

3—较好

➢思路非常清晰有逻辑，但可能有一点错误

➢组织具有逻辑性

➢已经考虑到了大部分的可能性，而不是所有可能性

➢得出恰当结论，但可能缺乏一点次要证据

问题解决

- **2分——一般**
  - 理解问题所涉及的部分概念和原理
  - 对问题中重要元素之间的关系仅有部分的理解
  - 解释较为混乱、不完整或有缺失
  - 有一些解决方案，但在解决过程中出现错误

逻辑推理

2——一般

➢解决了一些适当的部分

➢可能以一种合理的，有逻辑的方式开始，但思路不够清楚或并没有实施

➢个别步骤可能有合乎逻辑的解释，但与其它步骤的联系是模糊的

➢大部分或所有的思考都有了，但缺乏逻辑组织

➢在论证不 100% 充分的情况下得出结论

问题解决

- 1分—较差

➢ 有尝试，但所用策略并没有用

➢ 对问题情境有着非常有限的理解

➢ 答案正确，但没有解答过程或解释

➢ 可能尝试用到一些无关信息或太过于关注一些不重要的元素

逻辑推理

1—较差

➢尝试写出推理步骤，但说明并不恰当

➢不知道该思考什么、该问什么，或该做什么尝试

➢在论证不充分的情况下得出结论

➢没有考虑到重点，关键方面

问题解决

- 0分—完全没有理解
  - 没有尝试
  - 字迹模糊
  - 在没有理解的情况下任意关联数字或法则
  - 完全没有解决方案

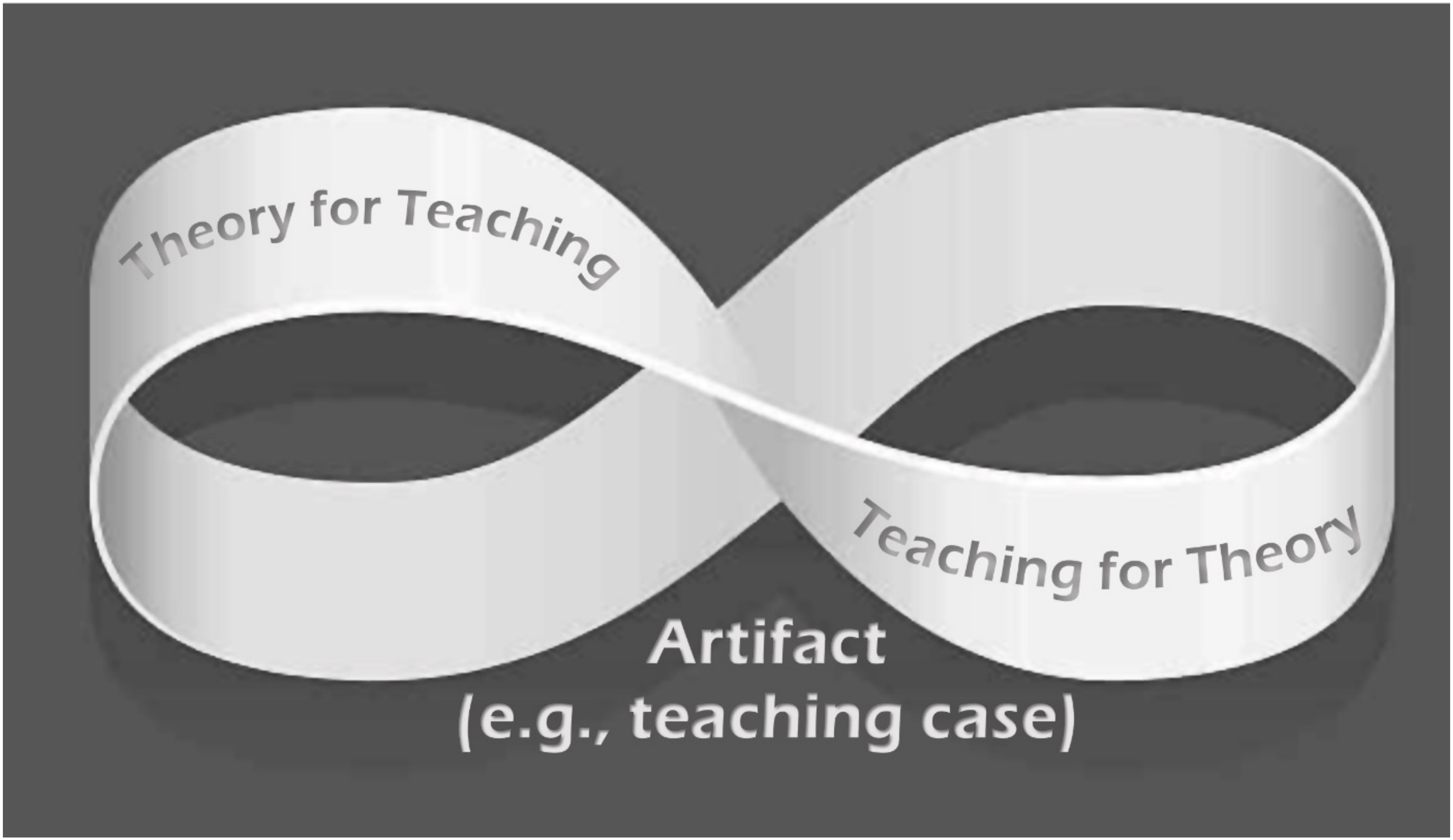
逻辑推理

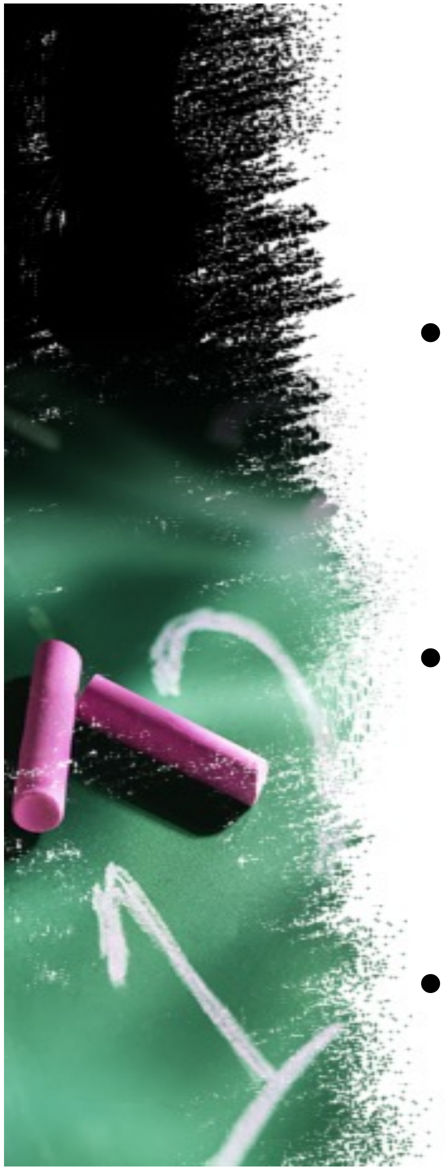
0—完全没有推理

- 有一点点或完全没有推理
- 没有任何有效的结论
- 可能运用了某个方法，但没有任何论证

数学(核心)素养

- **智能计算思维（Computational Thinking)**
- **数学交流 (Communication)**
- **数学建模 (Modeling)**
- **问题提出 (Problem Posing)**
- **数学情感 (Mathematical Disposition)**
- 问题解决 **(Problem Solving)**
- 逻辑推理 **(Mathematical reasoning)**


Theory for Teaching
Teaching for Theory
Artifact
(e.g., teaching case)



Artifacts

- Artifacts as tangible entities for storing and improving professional knowledge for teaching (Cai et al., 2018)
- Teaching cases (considered as dynamic, evolving objects) are a specific example of such an artifact (Cai et al., 2022)
- Teacher-researcher collaboration to improve the teaching cases

Two-way street

- Cai, J., Hwang, S., Melville, M., & Robison, V. (in press). Theories for teaching and teaching for theories: Artifacts as tangible entities for storing and improving professional knowledge for teaching. In C. Charalambous & A. Praetorious (Eds.), *Theorizing teaching* (pp. xxx-xxx). Springer.

与大家共勉：

- 在批评中成长的孩子，学会的是诅咒；
- 在仇恨中成长的孩子，学会的是争斗；
- 在嘲笑中成长的孩子，学会的是害羞；
- 在耻辱中成长的孩子，学会的是内疚。
- 在宽容中成长的孩子，学会的是耐心；
- 在鼓励中成长的孩子，学会的是自信；
- 在赞扬中成长的孩子，学会的是欣赏；
- 在公平中成长的孩子，学会的是正义。
- 在安全中成长的孩子，学会了有信心；
- 在赞许中成长的孩子，学会了爱自己；
- 在接纳与友谊中成长的孩子，学会了在世间寻找爱。


谢谢各位！
蔡金法
jcai@udel.edu